



شرکت دانش بنیان صبا شیلد تولید کننده انواع شیلد های بدون نویز سی تی اسکن جهت حفاظت از اندامهای حساس به اشعه در حین تصویر برداری سی تی (کاهش 50٪ دوز چشم، تیروئید، پستان و تخمدان بدون ایجاد نویز در تصویر) و همچنین اولین تولید کننده انواع روپوش های کامپوزیت سربی فوق سبک و ژله ای در ایران شامل انواع اپرون سربی یکطرفه، جلیقه دامن، روپوش دو طرفه، تیروئید بند و گناد بند

وبسایت: [sabashield.com](http://sabashield.com)

تماس: 021-66577181

09108083206

## فصل 5

### بازسازی تصویر در سی تی اسکن

#### 5-1- مقدمه

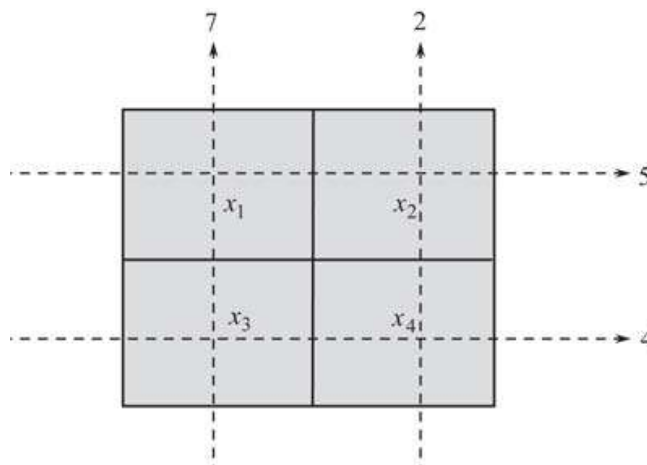
توموگرافی یکی از روش های تصویربرداری است که از ناحیه مورد نظر، تصاویر مقطعی ارائه می دهد. یک هندوانه را در نظر بگیرید که می خواهیم درون آن را ببینیم، ساده ترین روش جهت دیدن داخل هندوانه، بریدن آن است. اما این روش در علم پزشکی قابل انجام نیست. قاعدتا هیچ شخصی راضی نمی شود که بدنش را باز کنند تا داخل آن را فقط مشاهده کنند. در نتیجه برای داشتن تصاویر مقطعی از درون بدن انسان ناچاریم از مدالیتة های تصویربرداری نظیر سی تی اسکن کمک بگیریم. با شناخت اندکی از نحوه تصویربرداری با سیستم سی تی اسکن می توان دریافت که بازسازی تصویر از داده های جمع آوری شده یکی از مهم ترین مراحل تهیه تصویر مقطعی می باشد. پس از جمع آوری داده ها توسط سیستم<sup>1</sup>DAS نوبت به این می رسد که محل تمامی اجزای موجود در ناحیه مورد نظر و دانسیته آن ها تعیین گردد، تا به تصویر نهایی دلخواه برسیم. همانطور که در گذشته بیان شد، توموگرافی روشی جهت تهیه تصاویر مقطعی می باشد.

<sup>1</sup> Data Acquisition System

## فصل پنجم: تالیف دکتر صبا

بازسازی تصویر در سی تی اسکن

در واقع توموگرافی یک مسئله ریاضی است. یک ماتریس  $2 \times 2$  را در نظر بگیرید که تمام آرایه های آن مجهول هستند و ما فقط اطلاعاتی راجع به جمع ستون ها و ردیف های آن داریم. مجموع آرایه های ردیف اول 5، ردیف دوم 4، ستون اول 7 و مجموع ستون دوم 2 می باشد. با نوشتن چند معادله ساده، به راحتی می توان آرایه های مجهول این ماتریس را پیدا کرد:



شکل 5-1. یک ماتریس  $2 \times 2$  با آرایه های مجهول، در حالی که مجموع ردیف ها و ستون ها مشخص است.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_3 + x_4 = 4, \\ x_1 + x_3 = 7, \\ x_2 + x_4 = 2 \end{cases} \implies \begin{cases} x_1 = 3, \\ x_2 = 2, \\ x_3 = 4, \\ x_4 = 0. \end{cases}$$

در مثال ذکر شده، می توان به مجموع ردیف ها یا مجموع ستون ها اصطلاحاتی نظیر جمع شعاعی، انتگرال خطی یا پروجکشن<sup>1</sup> را اطلاق نمود. لذا در این مثال دو پروجکشن از زوایای 0 (مجموع ردیف ها) و 90 درجه (مجموع ستون ها) نشان داده شده است.

حال یک ماتریس  $3 \times 3$  را در نظر بگیرید که تمام پیکسل های آن مجهول هستند، آیا با در دست داشتن مجموع ردیف ها و ستون ها (دو پروجکشن) می توان تمام مجهولات این مساله را محاسبه کرد؟ با کمی دقت مشخص می شود که در این ماتریس 9 مجهول وجود دارد در حالی که با کمک مجموع پیکسل های ردیف ها و ستون

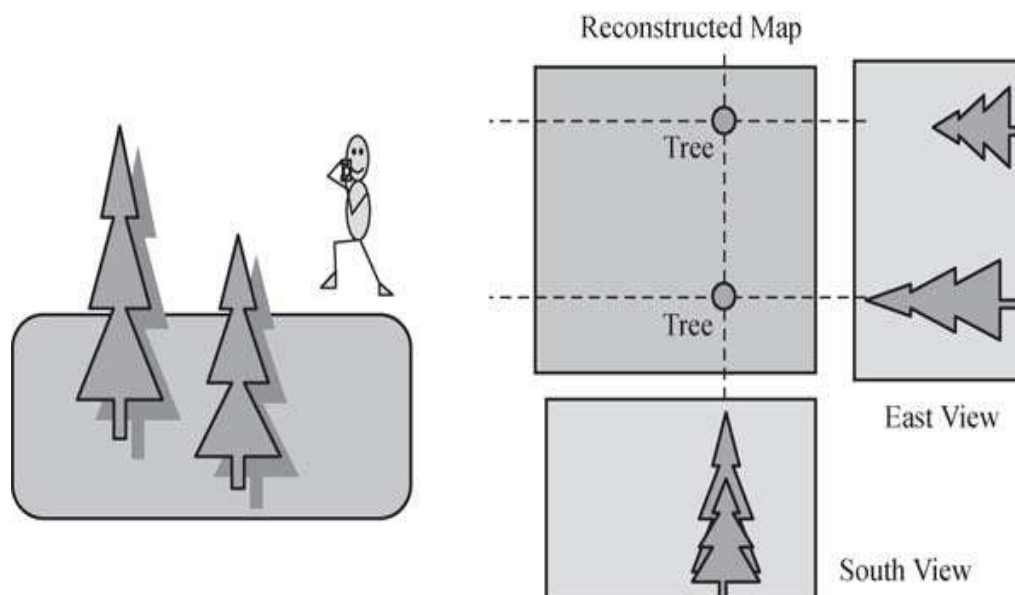
<sup>1</sup> Projection

ها، فقط می توان 6 معادله نوشت. واضح است که دستگاه معادلات با 6 معادله و 9 مجهول قابل حل نخواهد بود. جهت حل یک دستگاه معادلات، بایستی تعداد معادلات با تعداد مجهولات برابر و یا بیشتر از تعداد مجهولات باشد. لذا برای محاسبه همه مجهولات، حداقل به 3 معادله دیگر نیاز هست. برای بدست آوردن 3 معادله، می توان با اندازه گیری یک پروجکشن دیگر، مجموع پیکسل ها را در زوایای دیگری غیر از دو راستای قبلی محاسبه کرد.

باید توجه داشت که تصویر برداری مقطعی از بدن انسان بسیار پیچیده تر از مسائلی است که مطرح شد. اگر سائز ماتریس بسیار بزرگتر از ماتریس  $2 \times 2$  باشد دیگر معادلات جمع ستون ها و ردیف ها به تنهایی نمی تواند کافی باشد و ما به جمع های بیشتری از زوایای مختلف نیاز داریم تا بتوانیم تک تک آرایه ها را بیابیم.

به عنوان مثال، در تصویر برداری واقعی از بدن، اگر بخواهیم تصویری با ابعاد  $512 \times 512$  پیکسل را ایجاد کنیم نیاز به حل حداقل 262144 معادله و مجهول خواهد بود. طبیعی است که حل این تعداد معادله بسیار وقت گیر بوده و نیاز به کامپیوترهای بسیار پرسرعتی خواهد بود. برای حل این مشکل، جهت بازسازی تصویر از روش حل معادلات استفاده نمی شود، بلکه از یک سری الگوریتم های ریاضی دیگر بهره گرفته می شود که این روش ها هر چند دارای خطا در عمل بازسازی می باشند، در مقابل در مدت زمان اندکی عمل بازسازی را انجام می دهند. برای روشن شدن مطلب، مثالی ملموس و ساده در زیر ارائه شده است. فرض کنید که پارکی در اطراف خانه تان قرار دارد و شما قصد دارید نقشه ای از این پارک تهیه کنید. درون این پارک دو درخت وجود دارد و شما جهت تهیه نقشه از دو نمای شرقی و جنوبی از این درختان عکس می گیرید. اکنون تهیه نقشه برای شما بسیار آسان است، چگونگی بازسازی نقشه پارک با کمک دو عکس گرفته شده در شکل (5-2) نشان داده شده است. یکی از روشهای مرسوم بازسازی تصویر در سی تی مشابه مثال ذکر شده است، با این تفاوت که در سی تی علاوه بر پیدا کردن موقعیت اجزا، بایستی میزان چگالی هر جز نیز محاسبه شود.

قبل از توضیح روشهای مختلف بازسازی تصویر در سی تی اسکن، لازم است که مفهوم پروجکشن بصورت کاملتری مورد بحث قرار گیرد.



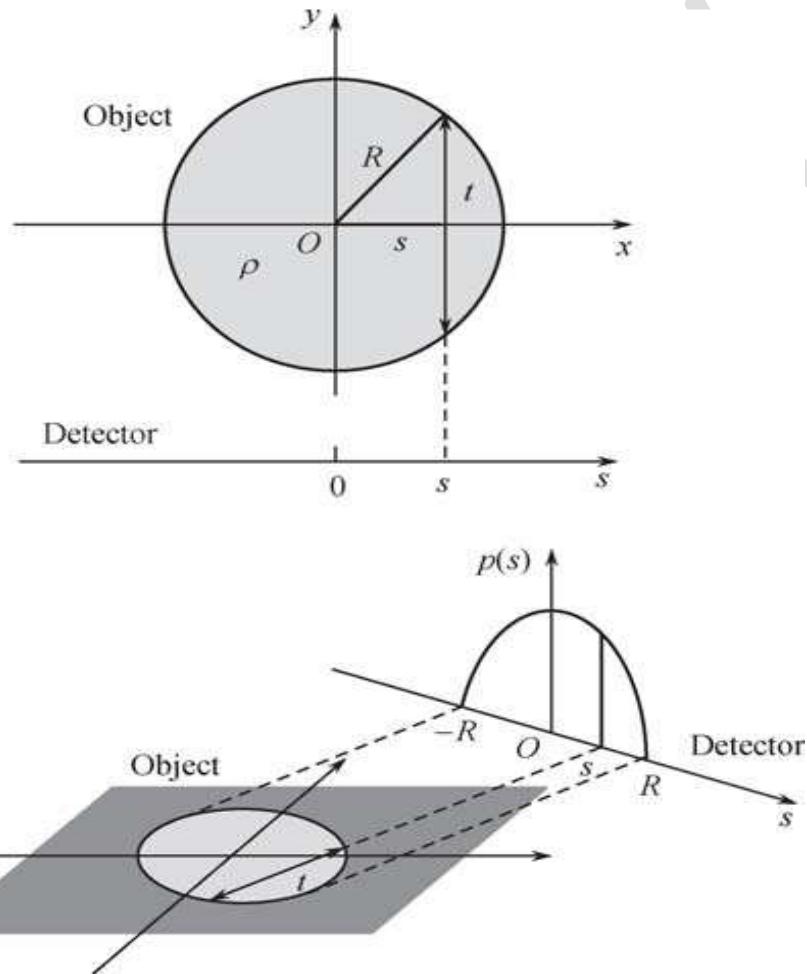
شکل 5-2. بازسازی نقشه از دو تصویر

## 5-2- پروجکشن

برای درک دقیق مفهوم پروجکشن (جمع شعاعی، انتگرال خطی یا انتقال رادون) باید به مثال های بیشتری توجه کنیم. در اولین مثال، شی مورد نظر یک دیسک یکنواخت است که روی صفحه  $x - y$  قرار دارد. مرکز دیسک روی مبدا محور ها قرار دارد و دانسیته خطی دیسک با  $\rho$  نشان داده می شود (شکل 5-3). یک پروجکشن از این شی را می توان با تابش تعداد زیادی پرتو موازی در یک راستای مشخص و با اندازه گیری میزان تضعیف پرتوها بدست آورد. این پروجکشن بدست آمده، میزان تضعیف ناشی از بافت،  $P(s)$  را در نقاط مختلف شی در راستای مشخص شده نشان می دهد. میزان تضعیف ایجاد شده در یک پرتو از پروجکشن را می توان با ضرب طول وتر ( $t$ ) در دانسیته خطی شی ( $\rho$ ) محاسبه نموده و مقادیر تضعیف سایر نقاط نیز به روش مشابهی محاسبه می شود. پس با توجه به شکل (5-3) خواهیم داشت:

$$P(s) = \begin{cases} \rho t = 2\rho\sqrt{R^2 + s^2}, & |s| < R \\ 0, & |s| \geq R \end{cases}$$

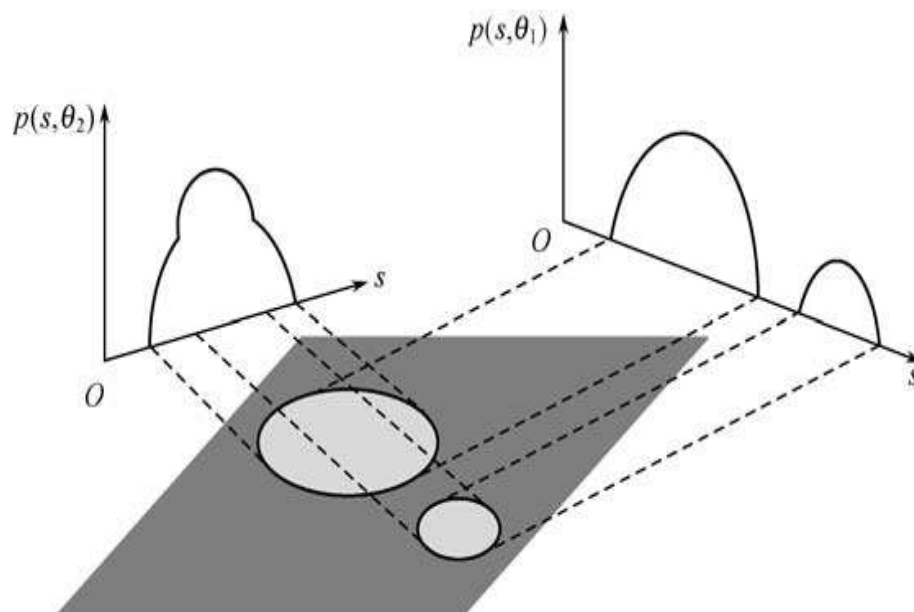
در این مثال پروجکشن  $P(s)$  از هر زاویه دیدی یکسان می باشد. اما اگر شی مورد نظر پیچیده باشد، تابش به زاویه دید  $(\theta)$  وابسته می شود و با  $P(s, \theta)$  نمایش داده می شود. (شکل 4-5)



شکل 4-5. انتگرال خطی در امتداد دیسک برابر است با حاصلضرب طول وتر در دانسیته. تعداد زیادی از این انتگرال های خطی در امتداد دیسک در یک زاویه مشخص یک پروجکشن را تشکیل می دهد (شکل پایین).

## فصل پنجم: تالیف دکتر صبا

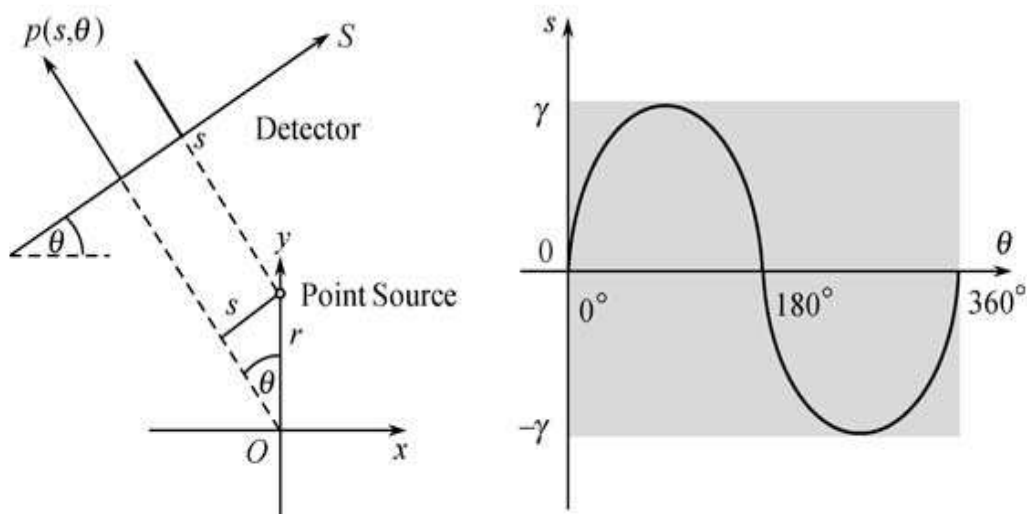
بازسازی تصویر در سی تی اسکن



شکل 4-5. پروجکشن ها در زوایای دید مختلف، متفاوت دیده می شوند.

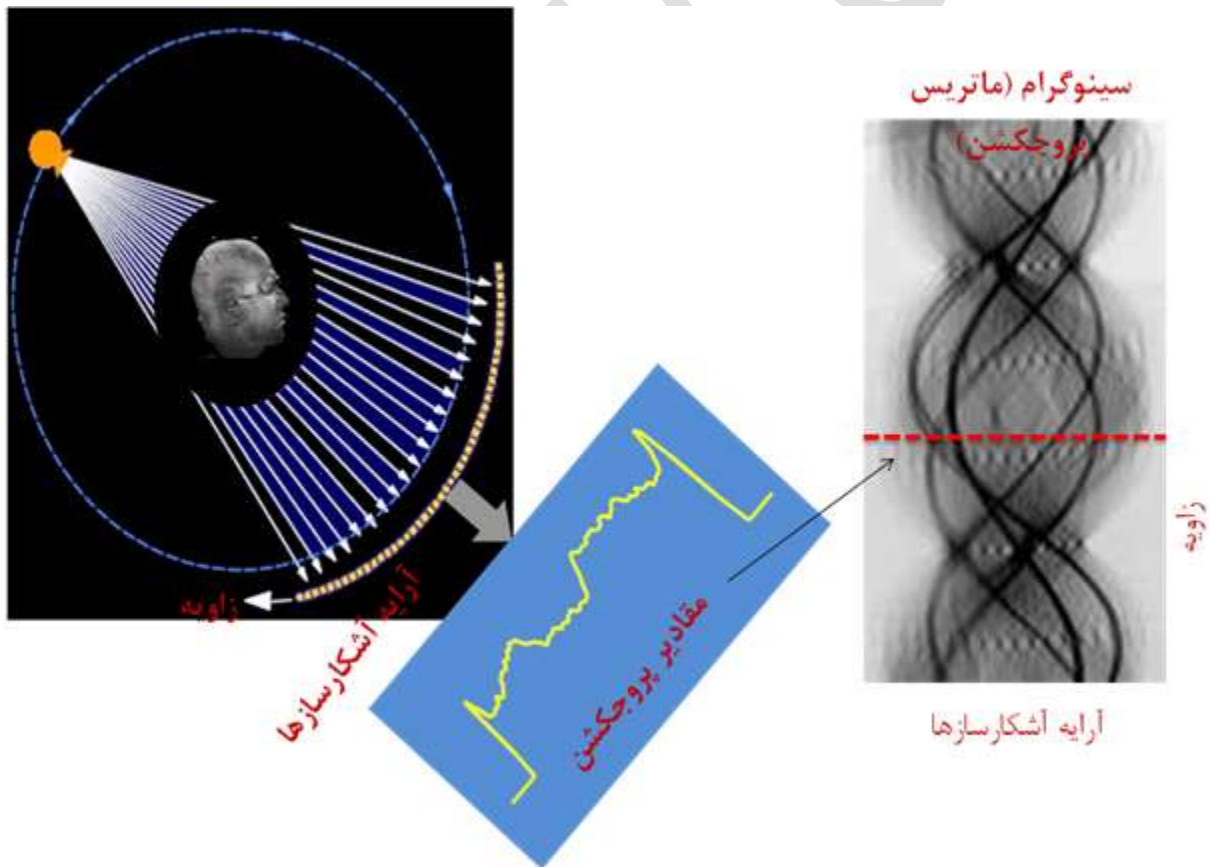
برای درک بیشتر این مطلب به مثال بعدی توجه کنید. در این مثال از یک منبع اشعه نقطه ای بر روی محور  $y$  به فاصله  $r$  از مبدا استفاده می شود (شکل 5-5). محل پیک ناشی از این منبع بر روی آشکارساز،  $s$  از رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$s = r \sin \theta$$



شکل 5-5. سینوگرام، نشان دهنده تابش روی صفحه  $s-\theta$

همانطور که مشاهده می شود این رابطه، یک تابع سینوسی است و وابستگی  $s$  به  $\theta$  را نشان می دهد. لذا، موقعیت یک نقطه از بافت نسبت به مرکز پروجکشن در زوایای مختلف، یک تابع سینوسی می باشد. به بیان دیگر موقعیت نقاط مختلف بافت مورد تصویر برداری، در پروجکشن های متوالی ثابت نبوده بلکه بصورت تابع سینوسی تغییر می کند. لذا اگر پروجکشن های بدست آمده از یک بافت هدف را در زوایای متوالی از 0 تا 180 درجه رسم کنیم، شکل حاصل شده حاوی تعداد زیادی مسیره های سینوسی در داخل خود خواهد بود که هر مسیر سینوسی نشانگر تضعیف ناشی از یک نقطه از بافت هدف می باشد. به همین علت به مجموعه داده های بدست آمده از پروجکشن های متوالی، سینوگرام یا ماتریس پروجکشن گفته می شود. یک پروجکشن از یک بافت معلوم و چگونگی قرار گرفتن این پروجکشن در ماتریس سینوگرام در شکل 5-6 نشان داده شده است.



شکل 5-6. تصویر یک پروجکشن و ارتباط آن با سینوگرام



### 5-3- روش های بازسازی تصویر در سی تی اسکن

معادلات بازسازی تصویر برای اولین بار در سال 1917، یعنی بیش از 50 سال قبل از اختراع سی تی اسکن توسط ریاضیدانی به نام رادون معرفی شدند. رادون در معادلات خود نشان داد که با جمع پیکسل های هم راستا از یک تصویر در زوایای مختلف، تصویر به ناحیه دیگری نگاشته می شود که این نگاشت در پردازش تصویر دارای اهمیت بسزایی بوده و با کمک آن پردازش های مهمی بر روی تصویر قابل انجام بود. سپس با گرفتن عکس تبدیل رادون اطلاعات به حوزه تصویر برگردانده می شدند. به بیان دیگر، با اعمال تبدیل رادون بر یک تصویر، تصویر به حوزه سینوگرام نگاشته شده و با گرفتن عکس تبدیل رادون از سینوگرام تصویر اولیه بازسازی می شود. در شکل 5-7 یک فانتوم دیجیتالی از ناحیه سر، چند پروجکشن گرفته شده از آن در زوایای مختلف، تبدیل رادون گرفته شده از فانتوم جهت تولید سینوگرام و بالاخره عکس تبدیل رادون اعمال شده به سینوگرام و بازسازی تصویر نشان داده شده است. امروزه، عکس تبدیل رادون بطور قابل توجهی در بازسازی تصویر سی تی اسکن کاربرد داشته و بازسازی بازتابش یکی از الگوریتمهای مورد استفاده جهت پیاده سازی آن می باشد.

برای بازسازی تصویر روشهای متعددی طراحی و ارائه شده است. که مهمترین این روشها عبارتند از:

1- بازسازی بازتابش ساده

2- بازسازی بازتابش فیلتر شده

3- بازسازی تکرار شونده

4- بازسازی تبدیل فوریه سریع

5- بازسازی فلوروسکوپی

6- بازسازی چند صفحه ای

5-3-1- بازسازی بازتابش ساده و بازتابش فیلتر شده

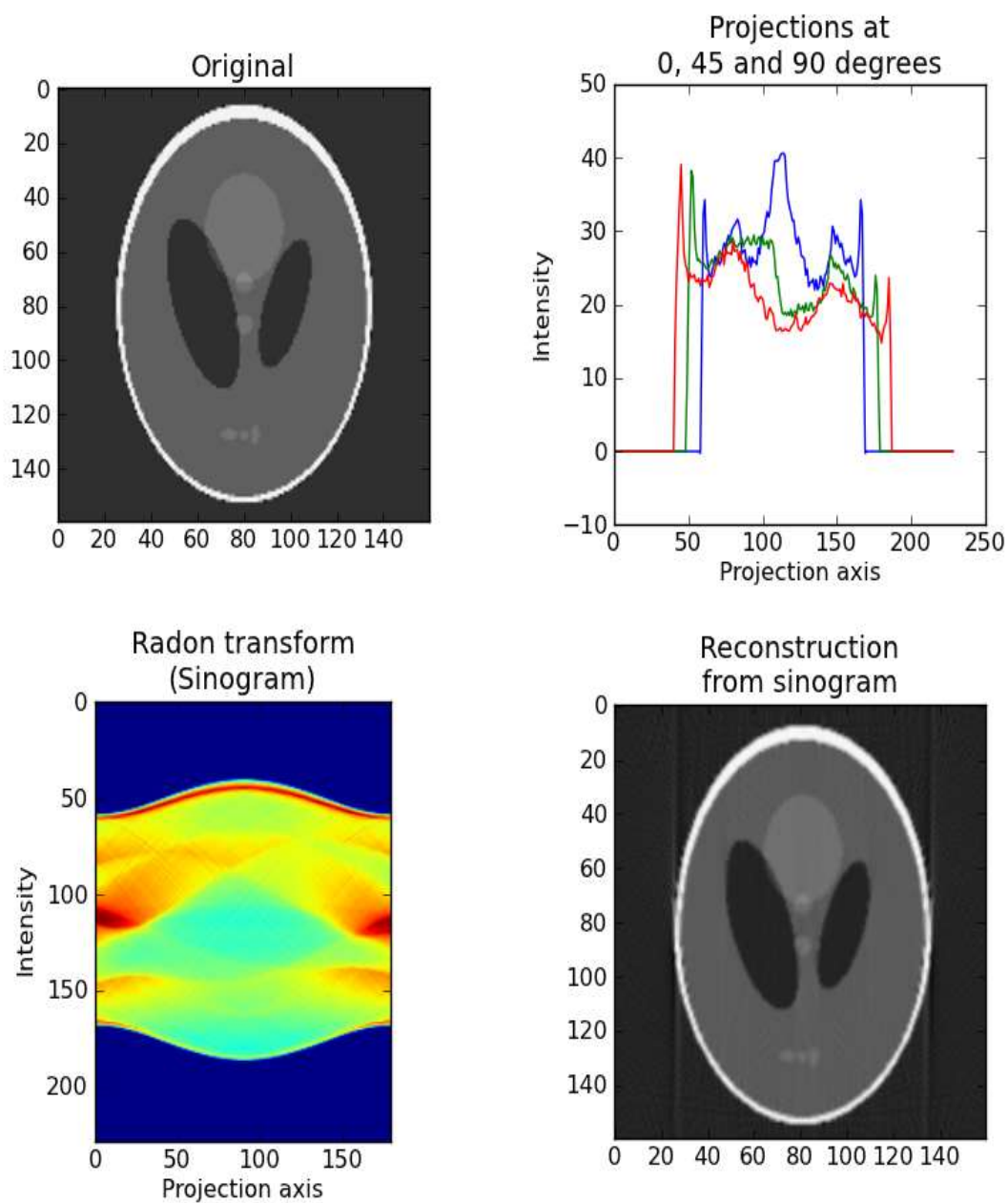
5-3-1-1- بازسازی یک تصویر 4 پیکسلی با روش بازتابش

همانطوری که در قسمت های قبلی توضیح داده شد، هر پرتو در پروجکشن بدست آمده نشانگر مجموع تضعیف ناشی از تمام وکسل های موجود بر سر راه پرتو می باشد، اما سهم هر وکسل در این تضعیف محاسبه شده مشخص نیست. برای بازسازی تصویر در روش بازتابش، عدد بدست آمده از هر پرتو به مسیر حرکت پرتو

DO NOT COPY

## فصل پنجم: تالیف دکتر صبا

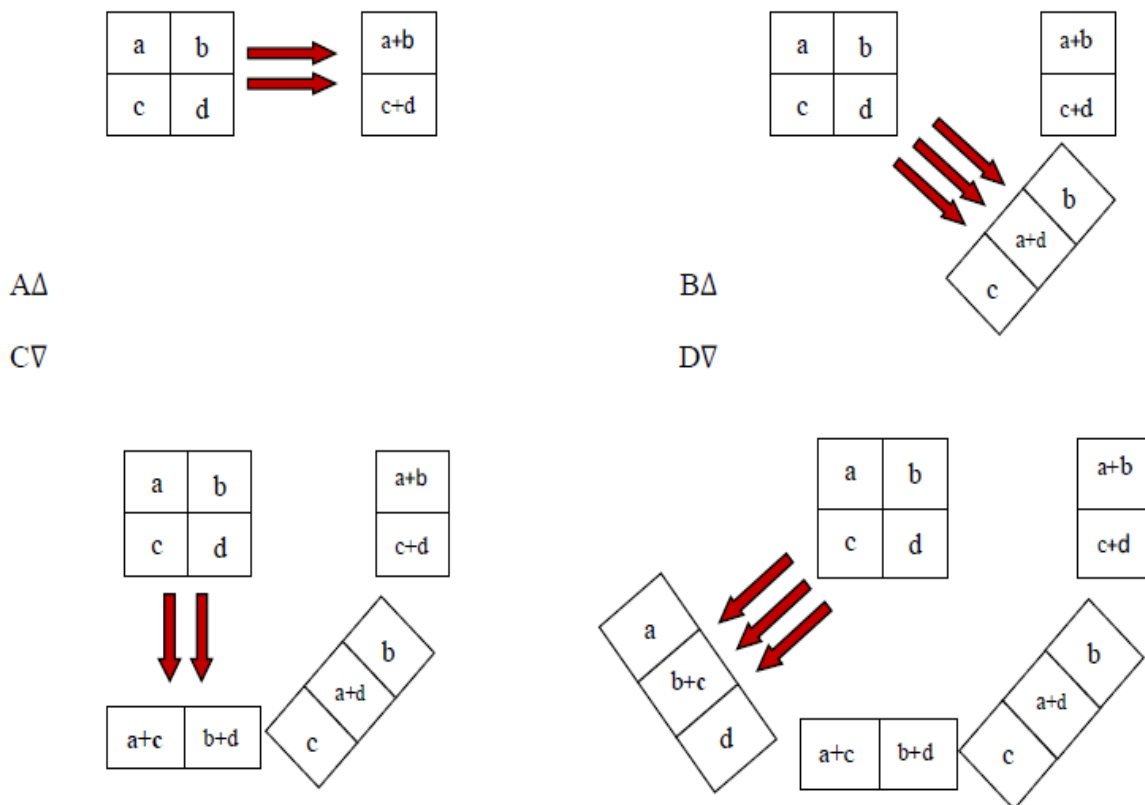
بازسازی تصویر در سی تی اسکن



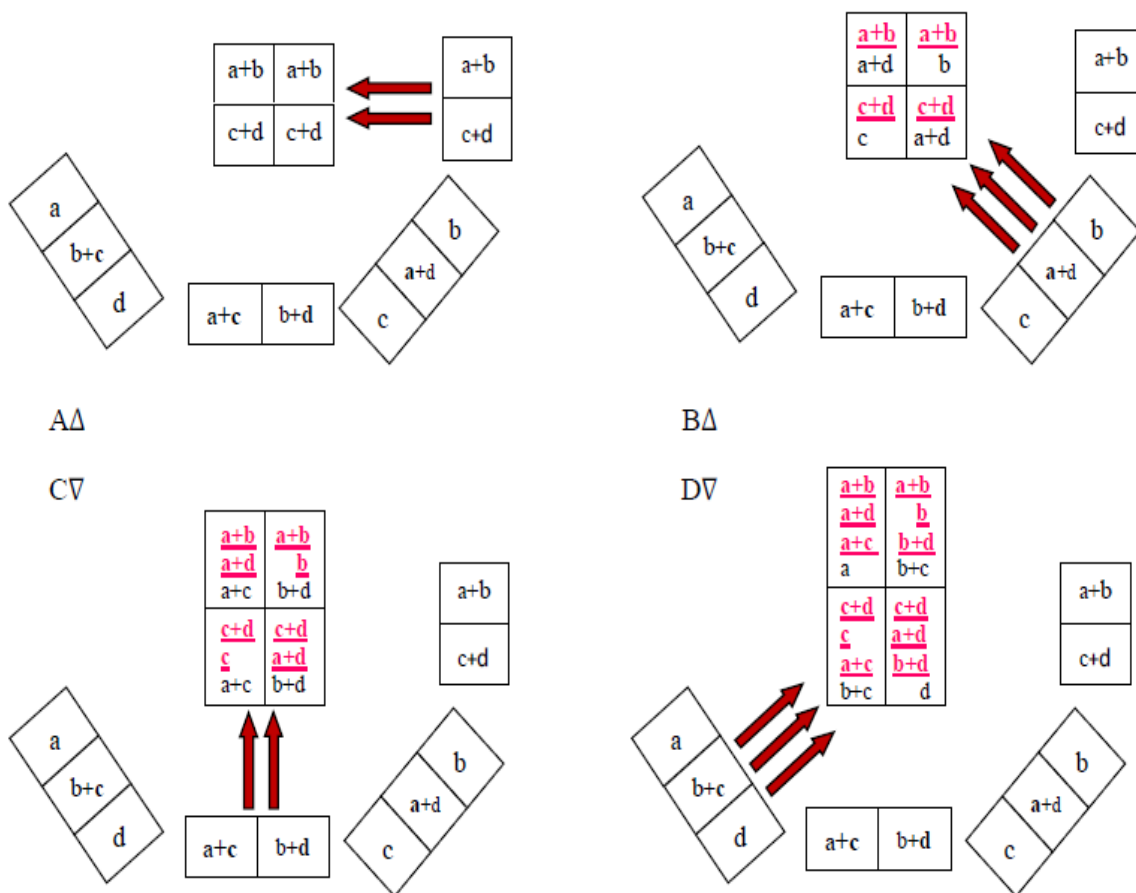
شکل 5-7. فانتوم دیجیتال ناحیه سر (فانتوم shepp-logan، (b) چند پروجکشن گرفته شده از فانتوم، (c) تبدیل رادون فانتوم (سینوگرام)، (d) عکس تبدیل رادون سینوگرام و بازسازی تصویر

بازتابانده می شود، به بیان دیگر، میزان تضعیف کلی هر پرتو به تمام وکسل های موجود در سر راه پرتو نسبت داده می شود. اگر این عمل برای تمام پرتوها و تمام پروجکشن ها صورت گیرد یک تصویر تاری از تصویر واقعی بدست خواهد آمد که به این روش، بازسازی بازتابش گفته می شود. برای حذف تاری تصویر بدست آمده از فیلترهای خاصی بهره گرفته می شود، که به این روش نیز بازتابش فیلتر شده گفته می شود.

برای روشن شدن مفهوم بازسازی بازتابش، فرض کنید تصویری با 4 پیکسل موجود است. 4 پروجکشن از این تصویر مطابق شکل 5-8 گرفته شده است. برای بازسازی این تصویر با استفاده از اطلاعات پروجکشن ها، مقادیر بدست آمده از هر پرتو از پروجکشن ها به مسیر آن پرتو باز تابانده می شود. عمل بازتابش داده های پروجکشن ها و چگونگی انتساب آنها به پیکسل های تصویر در شکل 5-9 نشان داده شده است.

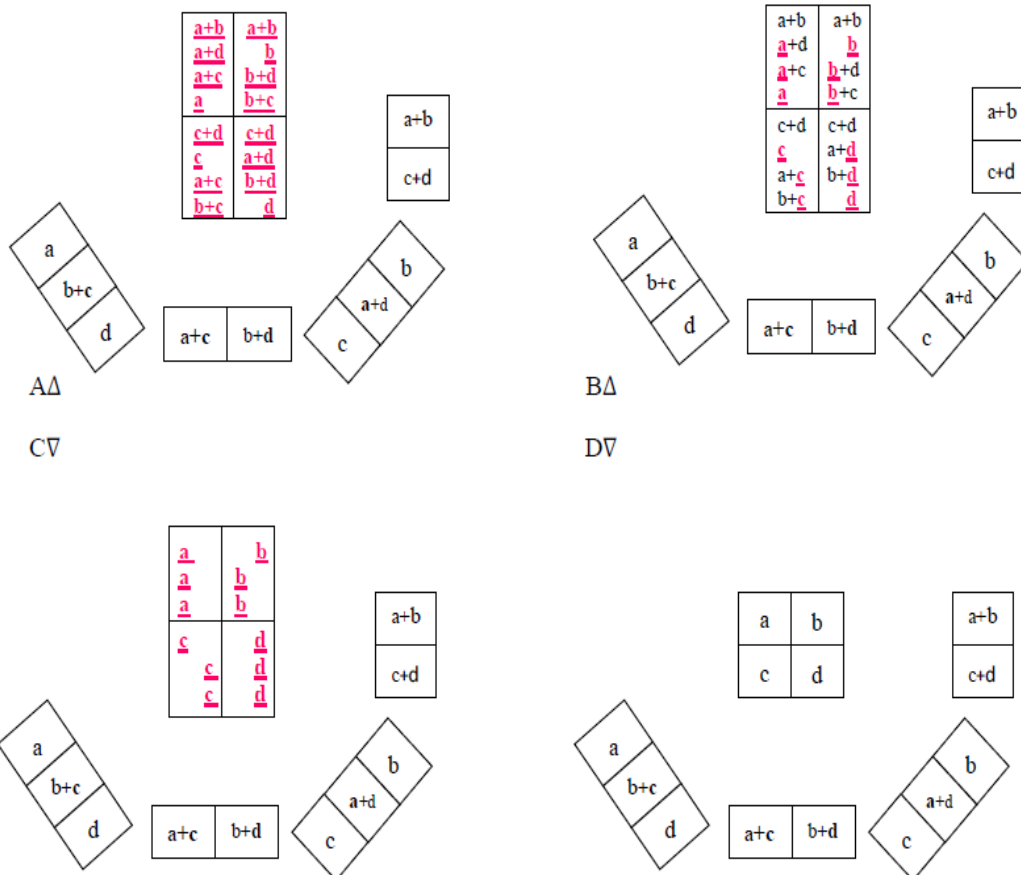


شکل 5-8. 4 پروجکشن بدست آمده از تصویری با 4 پیکسل



شکل 5-9. انتساب مقادیر پرتوها به پیکسل های متناظر

در عمل بازتابش، تعداد زیادی پرتو از یک پیکسل عبور می کنند لذا عدد بدست آمده برای هر پیکسل در عمل بازتابش مقداری بزرگتر از عدد واقعی پیکسل می باشد، این موضوع در شکل 5-10 نشان داده شده است. برای رسیدن به مقدار واقعی بایستی مقادیر بدست آمده از روش بازتابش، با یک فیلتر مناسبی پردازش شده و مقادیر واقعی بدست آیند. چگونگی فیلتر کردن اطلاعات بدست آمده از روش بازتابش در شکل 5-10 تا b-5 نشان داده شده است.



شکل 5-10. (a) تصویر بدست آمده از روش بازتابش، (b-d) عمل فیلتر کردن و (c) تولید تصویر نهایی. برای فیلتر کردن در این مثال، مجموع مقادیر یک پروجکشن، از مقادیر بدست آمده برای همه پیکسل ها بعد از عمل بازتابش کم شده سپس مقادیر جدید تقسیم بر (تعداد پروجکشن - 1) شده است.

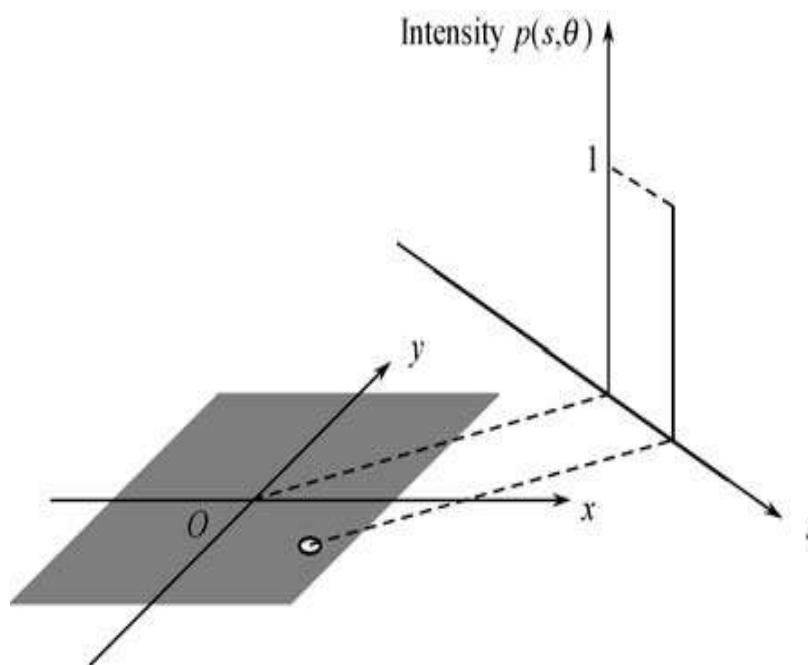
### 5-3-1-2- بازسازی تصویر متداول منبع نقطه ای با روش بازتابش ساده و بازتابش فیلتر شده

در مثال قبلی مفهوم بازسازی بازتابش فیلتر شده با مثال خیلی ساده توضیح داده شد، اما مثال ذکر شده برای درک کامل روش بازسازی بازتابش کافی نیست. برای درک بهتر موضوع، مثالی نزدیک به واقعیت در اینجا ارائه

## فصل پنجم: تالیف دکتر صبا

بازسازی تصویر در سی تی اسکن

شده و روش بازسازی تصویر متداول با استفاده از یک منبع نقطه ای توضیح داده می شود. یک محور مختصات  $x - y$  را در نظر بگیرید که یک نقطه روی آن مشخص شده است (شکل 5-11). حال فرض می کنیم که یک آشکارساز (به عنوان یک دوربین) به دور مبدا در حال چرخش است و در هر زاویه خاص ( $\theta$ )، تصاویر تابش ها را تهیه می کند. مجدداً متذکر می شویم که در محور مختصات  $s$  و آشکارساز، پروجکشن همان  $P(s, \theta)$  می باشد.



شکل 5-11. پروجکشنی از منبع نقطه ای

این پروجکشن با کشیدن یک خط از صفحه  $x - y$  در راستای آشکارساز، به آشکارساز در مکان  $s$  حاصل می شود. سپس می توان بر روی این خط، انتگرال خطی را محاسبه کرد که به ارزش این انتگرال  $P(s, \theta)$  گفته می شود. در این مثال اگر خط تابش از محل منبع نقطه ای مورد نظر ما عبور نکند،  $P(s, \theta)$  برابر صفر و اگر از این نقطه عبور کند  $P(s, \theta)$  برابر با یک خواهد شد. حال می خواهیم با استفاده از این پروجکشن ها  $P(s, \theta)$ ، تصویر منبع نقطه ای مورد نظر را بازسازی کنیم.

استراتژی ما برای این بازسازی مشابه همان کاری است که در اول فصل برای کشیدن نقشه از درختان پارک انجام دادیم. در آنجا برای رسم نقشه از هر درخت روی آشکارساز یک خط رسم کردیم و محل درختان را پیدا

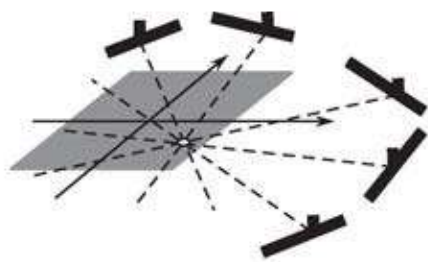
کردیم اما در بازسازی تصاویر فقط یافتن محل مهم نیست بلکه باید میزان دانسیته شی مورد نظر را نیز پیدا کنیم. همانطور که در شکل (a12-5) نشان داده شده است، پروجکشن های متعددی در زوایای مختلف از نقطه مورد نظر گرفته شده است. حال ما تلاش می کنیم تا طبق روشی که در ادامه می آید تصویر این نقطه را با استفاده از پروجکشن های گرفته شده بازسازی کنیم.

DO NOT COPY

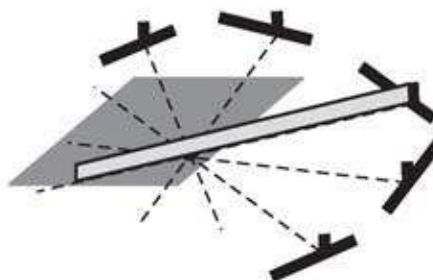


## فصل پنجم: تالیف دکتر صبا

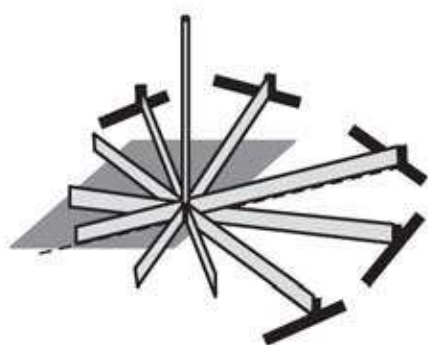
بازسازی تصویر در سی تی اسکن



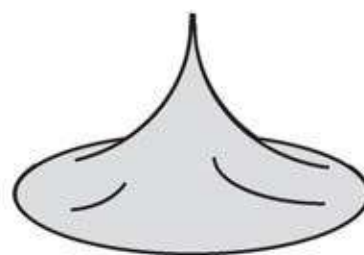
(a) Project a point source



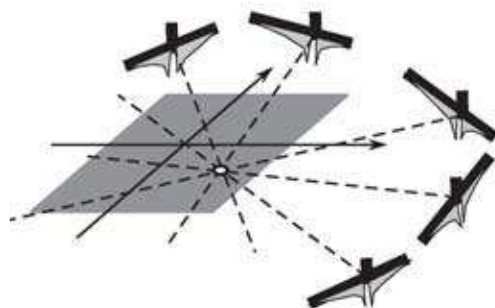
(b) Backproject from one view



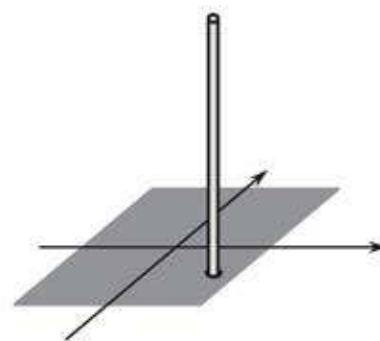
(c) Backproject from a few views



(d) Backproject from all views



(e) Add negative wings



(f) Backproject modified data

شکل 5-12. بازسازی تصویر منبع نقطه ای با روش بازتابش و بازتابش فیلتر شده

هنگامی که به پروجکشن  $P(s, \theta)$  در یک زاویه  $\theta$  نگاه می کنیم، یک پیک دامنه شدت مشاهده می شود. این پیک مجموع همه اکتیویته هایی است که در طول مسیر پروجکشن اتفاق افتاده است. برای بازسازی تصویر، باید اکتیویته هر پیک را مجدداً به مسیر اصلی خودش برگردانیم. اما مشکل اینجاست که ما به طور دقیق نمی دانیم

که در کجای مسیر باید اکتیویته بیشتری قرار دهیم و در کجا باید اکتیویته کمتری قرار گیرد. در ابتدا شما تصمیم می گیرید که به همه طول مسیر مقدارهای مساوی از اکتیویته را بدهید که این همان دامنه پیک است. (شکل (5-12 b)) اگر این عمل را برای چندین زاویه مختلف انجام دهیم، همانند شکل (5-12 c) موقعیت را خواهیم یافت و در نتیجه یک پیک در صفحه  $x - y$  در محل منبع نقطه ای ایجاد خواهد شد. آنچه که انجام دادید در واقع یک روش ریاضی استاندارد است که بازتابش<sup>1</sup> نام دارد. اگر شما بر اساس این روش در تمام زوایا از  $0^\circ$  تا  $360^\circ$  عملیات بازتابش را انجام دهید یک تصویر مشابه آنچه در شکل (5-12 d) دیده می شود، ایجاد خواهد شد.

پس از انجام عملیات بازتابش شکل حاصل کاملاً مطابق با شکل اصلی نیست اما می توان گفت که این شکل، یک نمونه محو از نمونه اصلی می باشد. برای افزایش این شباهت توصیه می شود که قبل از بازتابش از بالهای منفی<sup>2</sup> در اطراف پیک هر تابش مطابق شکل (5-12 e) استفاده شود. روش افزودن بال های معکوس به پیک ها فیلتر کردن<sup>3</sup> نام دارد. استفاده از این روش منجر به ایجاد یک تصویر واضح خواهد شد (شکل (5-12 a)). این الگوریتم بازسازی تصویر بسیار متداول است و به الگوریتم بازتابش فیلتر شده<sup>4</sup> معروف است.

در این قسمت برای درک بهتر الگوریتم بازتابش و فیلتر کردن از زوایای زیادی کمک گرفته شد در حالیکه ذکر این نکته لازم است که اگر شی مورد نظر یک نقطه باشد برای بازسازی به روش FBP (همانند مثال درختان در ابتدای فصل) فقط به دو نما احتیاج داریم.

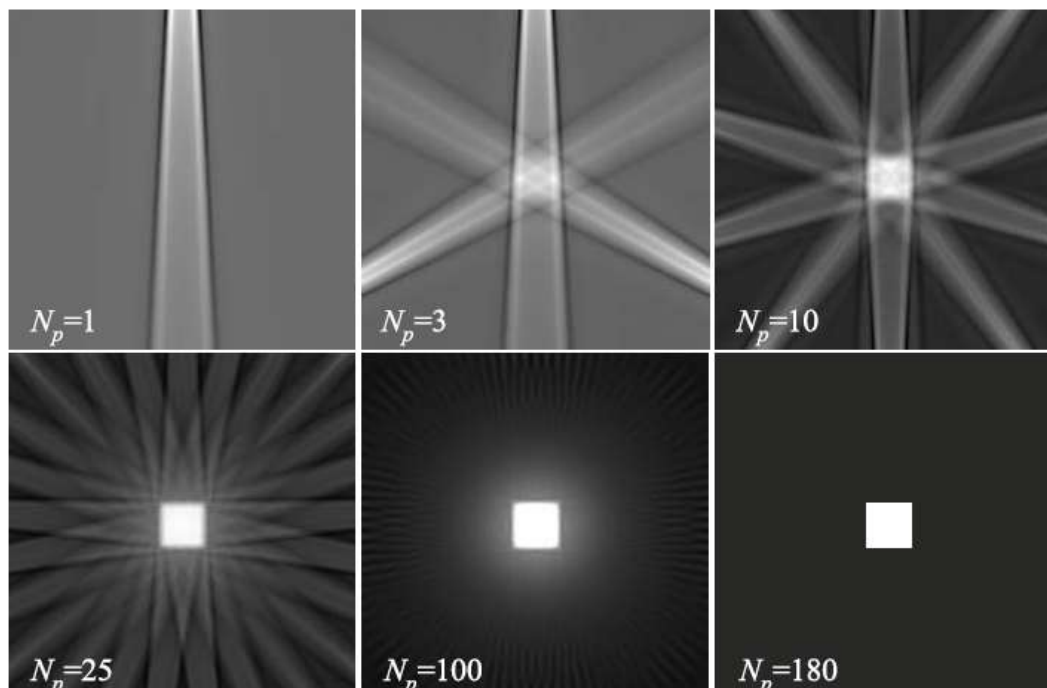
در بازسازی با روش بازتابش، تعداد بازتابش ها بر کیفیت تصویر بازسازی شده تاثیر قابل توجهی دارند. اثر تعداد پروجکشن ها بر کیفیت تصویر بازسازی شده در شکل 5-13 نشان داده شده است. تصویر اصلی فانتوم دیجیتال به شکل مربع می باشد که یک مربع سفید در وسط آن قرار دارد و در هندسه تصویر برداری از تابش پنکه ای استفاده شده است.

<sup>1</sup> Back projection

<sup>2</sup> Negative wings

<sup>3</sup> Filtering

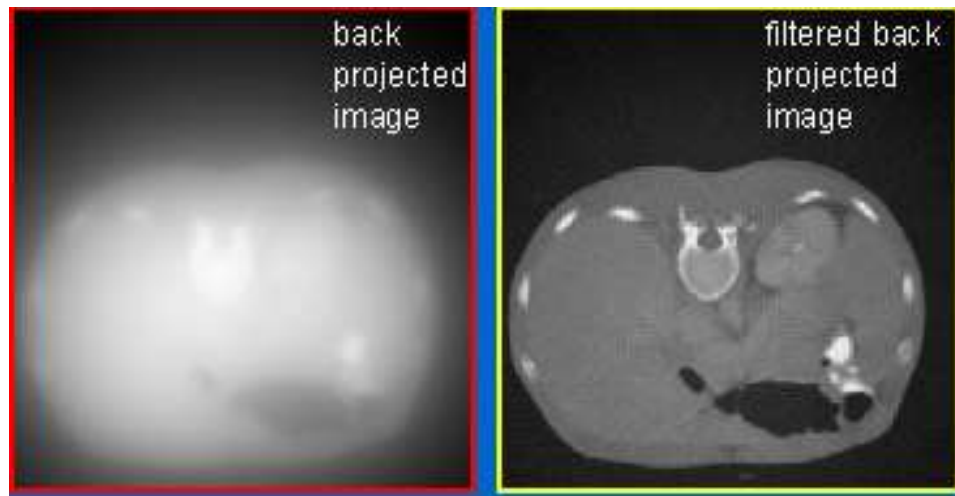
<sup>4</sup> Filtered Back projection (FBP)



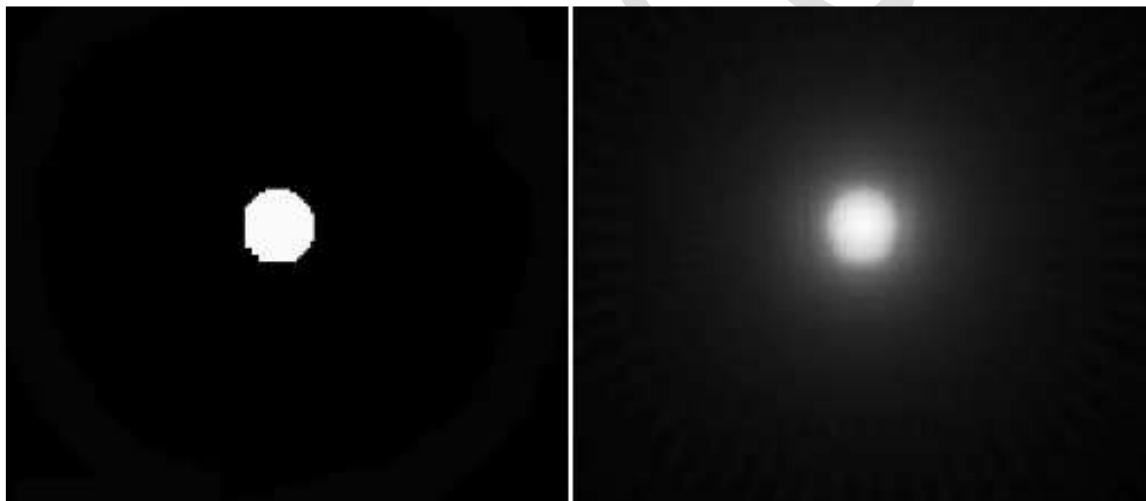
شکل 5-13. اثر تعداد بازتابش ها بر کیفیت تصویر بازسازی شده. با افزایش تعداد بازتابش ها، کیفیت تصویر افزایش یافته و به تصویر واقعی نزدیک تر می شود.

### 5-3-1-3- فیلتر کردن داده های سینوگرام قبل از بازسازی

همانطوری که در قسمت های قبلی بیان شد، بازسازی بازتابش بدون اعمال فیلتر تصویر تاری را تولید خواهد کرد. برای رسیدن به تصویری واضح بایستی عمل فیلترینگ قبل از بازسازی انجام شود (شکل 5-14). مساله ای که اینجا مطرح است انتخاب فیلتر مناسب جهت حذف تاری موجود در روش بازسازی بازتابش ساده می باشد. برای درک بهتر موضوع تصویر بازسازی شده یک جسم کروی با چگالی یکنواخت در کنار تصویر اصلی در شکل 5-15 نشان داده شده است. با بررسی تصویر بازسازی شده مشخص می شود مرز تصویر بازسازی شده مشخص نبوده و محو می باشد. همچنین شدت تصویر کره در همه جای آن یکنواخت نبوده و میزان شدت با دور شدن از مرکز کره کاهش می یابد. مطالعات انجام شده در این موضوع، نشان می دهد که میزان شدت با دور شدن از مرکز کره با نسبت  $1/r$  کاهش می یابد. لذا برای جبران این کاهش شدت، فیلتری مناسب خواهد بود که شدت تصویر بازسازی شده را در نسبت  $r$  ضرب کند.



شکل 5-14. مقایسه تصویر بازسازی شده با روش بازتابش ساده و بازتابش فیلتر شده



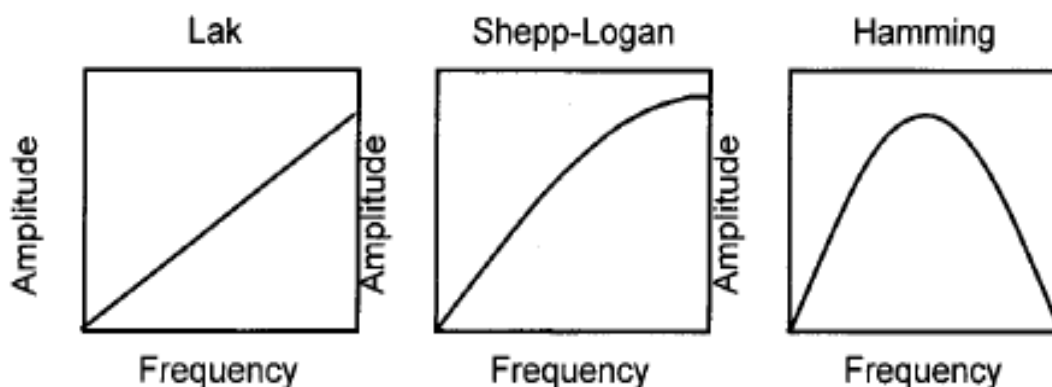
شکل 5-15. تصویر کره با چگالی یکنواخت و تصویر بازسازی شده از آن با روش بازتابش

عمل فیلترینگ معمولاً در حوزه فرکانس انجام می شود، داده های سینوگرام با گرفتن تبدیل فوریه به حوزه فرکانس منتقل شده و سپس فیلتر مورد نظر اعمال می شود. بعد از عمل فیلترینگ، داده های پردازش شده با گرفتن عکس تبدیل فوریه به حوزه زمان یا همان سینوگرام برگردانده می شود.

## فصل پنجم: تالیف دکتر صبا

بازسازی تصویر در سی تی اسکن

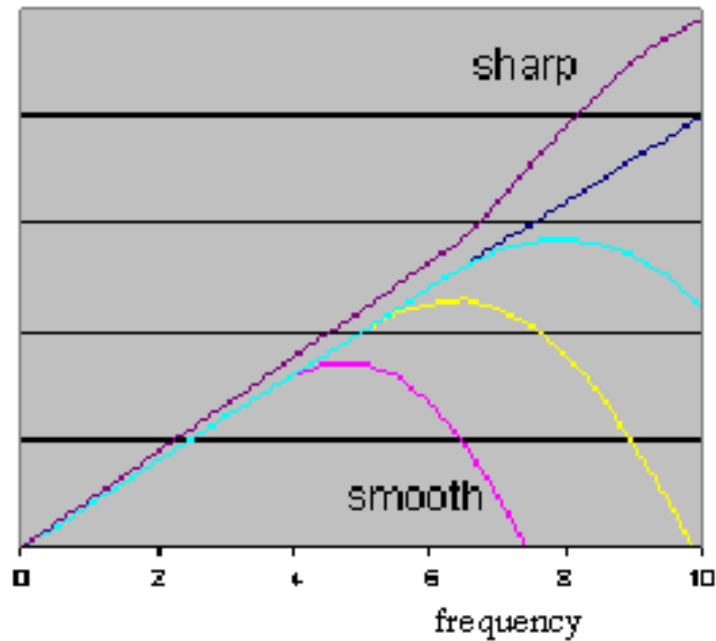
اگر معادله ناشی از تاری،  $I/r$  با تبدیل فوریه به حوزه فرکانس منتقل شود عبارتی برابر با  $I/f$  خواهد بود. بدیهی است که برای جبران این تاری در حوزه فرکانس، داده های مورد نظر می بایست در  $f$  ضرب شوند ( $I/f \times f = I$ ). بدین ترتیب مشاهده می شود که معادله فیلتر مورد نظر در حوزه فرکانس برابر  $F(f) = f$  می باشد. این فیلتر به فیلتر لک معروف است. فیلترهای مشابه دیگری با عناوین شیپ-لگان و همینگ نیز در بازسازی تصویر کاربرد دارند، نمودار این فیلترها در حوزه فرکانس در شکل 5-16 نشان داده شده است.



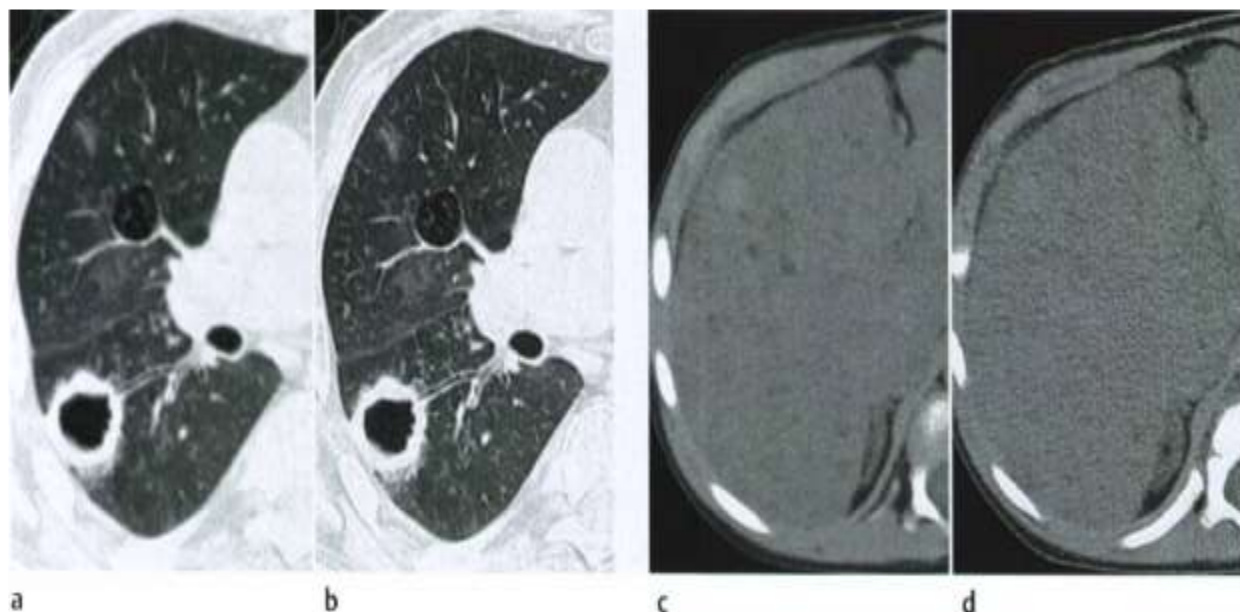
شکل 5-16. فیلترهای مورد استفاده در بازسازی بازتابش فیلتر شده

در تصویر، اطلاعات مربوط به لبه ها و نویز دارای فرکانس بالا بوده و بافت های یکنواخت و زمینه معمولاً فرکانس پایینی دارند. این موضوع در کاربرد فیلترها جهت بازسازی تصویر در اهداف تشخیصی مختلف مورد توجه قرار می گیرد. فیلتر لک، همه فرکانس ها را به یک نسبت تقویت کرده و از این رو نویز نیز در این تصاویر افزایش خواهد یافت. این فیلتر بدلیل افزایش زیاد نویز چندان قابل استفاده نمی باشد. فیلتر شیپ-لگان هم فرکانس های بالا و هم فرکانس های پایینی را تقویت کرده اما فرکانس های بالا را کمتر از فرکانس های پایینی تقویت می کند. لذا افزایش نویز در اثر استفاده از این فیلتر قابل توجه بوده و این فیلتر در تصویرهایی مثل بافت های نرم که حساسیت بالایی نسبت به نویز دارند قابل استفاده نمی باشد. اما در تصاویر بافت های استخوانی که دارای رزولوشن بالایی هستند مورد استفاده قرار گرفته و باعث وضوح لبه های تصویر می شود. در فیلتر همینگ فرکانس های بالا خیلی کمتر تقویت شده و لذا این فیلتر برای تصاویر حساس به نویز مناسب می باشد. از این رو در بازسازی تصاویر مربوط به بافت های نرم، فیلتر همینگ مناسب می باشد. همچنین فیلترها بر

حسب میزان تقویت فرکانس های مختلف به سه گروه فیلترهای نرم، استاندارد و تند تقسیم می شوند. میزان و نحوه عملکرد انواع فیلترها در شکل 5-17 نشان داده شده است.



شکل 5-17. انواع فیلترهای مورد استفاده: فیلتر نرم (smooth)، تند (sharp) و استاندارد. فیلتر تند فرکانس های بالا را بیشتر تقویت می کند. فیلتر نرم فرکانس های بالا را تقویت نمی کند. فیلتر استاندارد رفتاری بین فیلتر نرم و تند دارد.



شکل 5-18. اثر فیلتر بر رزولوشن و نویز تصویر. در تصویر ریه (lung parenchyma) که کنتراست ذاتی بالایی دارد استفاده از فیلتر تند (b) باعث افزایش رزولوشن شده و مناسب تر از فیلتر استاندارد (a) می باشد. در تصویر کبد که کنتراست ذاتی پایینی دارد استفاده از فیلتر استاندارد (d) باعث افزایش نویز شده و فیلتر نرم (c) برای این بافت عملکرد بهتری دارد. برای درک بهتر نحوه عملکرد فیلترها، به شکل 5-18 توجه کنید. بافت ریه کنتراست ذاتی بالایی دارد لذا برای افزایش رزولوشن می توان از فیلتر تند استفاده کرد. اما در مقابل بافت کبد کنتراست ذاتی پایینی داشته و استفاده از فیلتر نرم از افزایش نویز و گم شدن اطلاعات ریز ممانعت می کند.

### 5-3-2- بازسازی با روش تکرار کننده<sup>1</sup>

بازسازی تکرار کننده برای تعیین سهم پیکسل های مختلف در تضعیف یک پرتو، از روش ساده تری بهره گرفته و با یک فرض شروع می شود. سپس مقادیر اندازه گیری شده با مقادیر بدست آمده از این فرض مقایسه شده و خطای بین آن دو محاسبه می شود. با توجه به خطاهای بدست آمده یک سری پردازش ها بر روی مقادیر بدست آمده از فرض اولیه صورت گرفته و مجدداً خطای بین داده های پردازش شده و مقادیر اندازه گیری شده محاسبه می شود. این روند تا جایی تکرار می شود که خطای بین مقادیر محاسبه شده با مقادیر اندازه گیری

<sup>1</sup> Iterative Reconstruction

شده، صفر شده و یا در محدوده قابل قبولی قرار گیرند. با توجه به اینکه ترتیب تصحیح مقادیر فرضی تصویر، یک شعاع یا یک نقطه از تصویر را در نظر می‌گیرد، سه نوع روش بازسازی تکرار کننده وجود دارد: بازسازی همزمان: تمام پروجکشن‌ها برای کل ماتریس تصویر در شروع تکرار محاسبه شده و تمام اصلاحات بطور همزمان برای هر تکرار انجام می‌شود.

تصحیح شعاع به شعاع: یک جمع شعاعی محاسبه و اصلاح می‌شود و این اصلاحات با تکرار فرایندها برای هر شعاع در جمع‌های شعاعی بعدی در نظر گرفته می‌شود.

اصلاح نقطه به نقطه: محاسبات و اصلاحات برای تمام شعاع‌هایی که از یک نقطه می‌گذرند، انجام می‌شود و این اصلاحات مجدداً با تکرار فرایند برای هر نقطه در محاسبات بعدی استفاده می‌شوند.

برای روشن شدن موضوع یک ماتریس  $2 \times 2$  مطابق شکل 5-19 در نظر بگیرید. فرض کنید اطلاعات مربوط به 3 پروجکشن شامل پروجکشن افقی، عمودی و قطری از این ماتریس در دست می‌باشد. هدف بازسازی اطلاعات این ماتریس با روش تکرار کننده و بازسازی شعاع به شعاع می‌باشد. منظور از شعاع در ماتریس تصویر، مسیر حرکت یک پرتو در بافت مورد تصویر برداری می‌باشد.

بازسازی این مساله را با فرض اینکه مقادیر پیکسل‌ها در هر شعاع با هم برابر هستند شروع می‌کنیم. در گام اول مقادیر پروجکشن افقی (6، 16) بطور مساوی بین دو پیکسل موجود در شعاع افقی، تقسیم می‌شود. اگر در مسیر افقی ده پیکسل موجود بود، مقادیر پروجکشن بطور مساوی بین ده پیکسل تقسیم می‌شد. در گام دوم، پروجکشن عمودی ماتریس حاصل محاسبه شده (11، 11) و با مقادیر واقعی پروجکشن عمودی (12، 10) مقایسه می‌شوند. خطای بین آن دو محاسبه شده و بر تعداد پیکسل‌های موجود در شعاع عمودی تقسیم می‌شود  $(12-11)/2$  و  $(10-11)/2$ . این مقادیر خطای تقسیم شده به عناصر شعاع عمودی ماتریس بدست آمده از گام 1 اضافه می‌شوند. در گام سوم، پروجکشن قطری ماتریس حاصل از گام 2 محاسبه شده و خطای موجود بین این پروجکشن با پروجکشن واقعی، محاسبه شده و به نسبت مساوی بین عناصر موجود در شعاع قطری اضافه می‌شوند تا اولین تکرار تکمیل شود. در این مساله با توجه به کوچک بودن ماتریس اولیه، در اولین تکرار عمل بازسازی کامل می‌شود. با اطلاعات پیچیده تر تعداد تکرارها برای رسیدن به ماتریس نهایی 6 تا 12 بار خواهد بود.



### 5-3-3- بازسازی با روش تبدیل فوریه دو بعدی<sup>۱\*\*</sup>

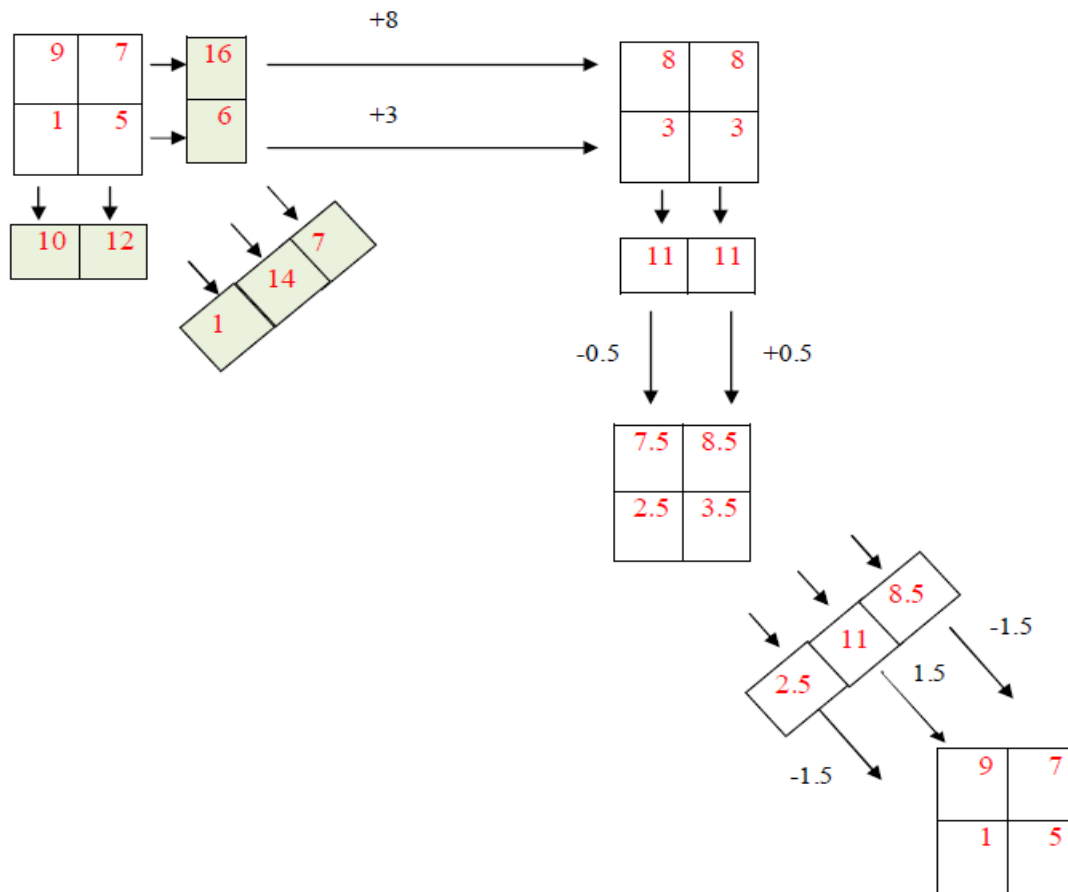
روش مورد استفاده در این الگوریتم، تحت عنوان قضیه اسلایس پروجکشن (projection slice theorem) معروف است. البته از واژه ی قضیه اسلایس فوریه (Fourier slice theorem) نیز در همین ارتباط استفاده شده است. در این روش یک سری پیش پردازش ها بر روی داده های سینوگرام انجام شده سپس با توجه به سادگی اطلاعات در ناحیه فرکانسی، اطلاعات تصویر به حوزه فرکانسی منتقل و پس از انجام یک سری پردازشهای لازم نتایج نهایی دوباره به حوزه زمان برده شده تا تصویری با کیفیت خوب تولید شود. در این روش داده های پروجکشن به عنوان داده های اساسی برای بازسازی تصویر استفاده می شود. وقتی پرتو در زاویه ی  $\theta$  در امتداد خط مستقیم از داخل بافت  $f(x, y)$  عبور می کند، مقادیر ماتریس پروجکشن در طول مسیر توسط رابطه زیر محاسبه می شود:

$$I = I_0 \times \exp(-\int \mu(x) ds) \quad (1-5)$$

اگر برای تمام پرتو های یک تابش مقدار انتگرال فوق حساب شود نمودار یک پروجکشن (projection) بدست می آید در شکل 5-20 بافت هدف و یک پروجکشن از آن نشان داده شده است.

<sup>1</sup> 2D Fourier Reconstruction

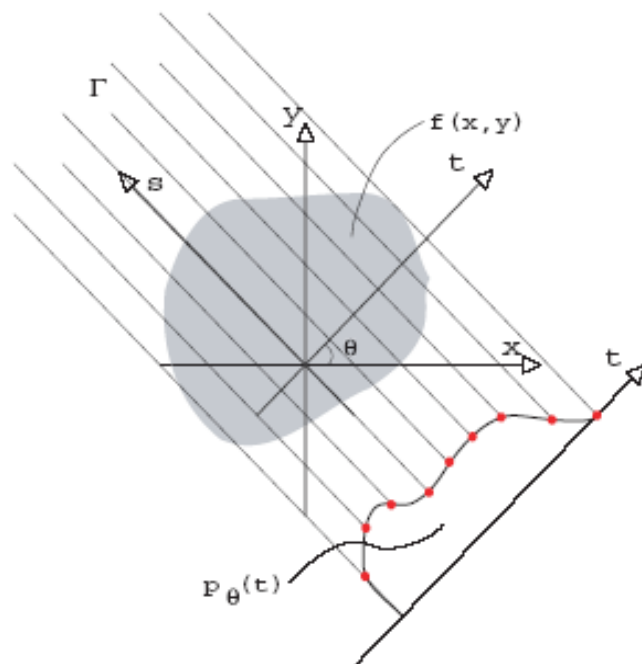
\*\* این بحث برای دانشجویان تکنولوژی رادیولوژی و پزشکی توصیه نمی شود.



شکل 5-19. بازسازی با روش تکرار کننده

اولین چیزی که برای تولید تصویر از ماتریس پروجکشن ها ضرورت دارد یافتن رابطه ای بین یک برش و پروجکشن متناظر آن می باشد. تبدیل رادون تبدیلی است که تابع برش  $f(x, y)$  را به پروجکشن آن یعنی  $p_\theta(t)$  نسبت داده و به صورت انتگرال خطی زیر در امتداد محور  $s$  تعریف می شود:

$$P(r, \theta) = R \{f(r, \theta)\} = \int_{L(r, \theta)} f(x, y) ds = \iint f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - r) dx dy \quad (2-5)$$



شکل 5-20. پروجکشن و تابع تصویر آن

که در آن  $p(r, \theta)$  تبدیل قطبی تابع  $p_\theta(t)$  می باشد. تبدیل محور های مختصات فوق به یکدیگر با رابطه زیر انجام می شود:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ s \end{pmatrix} \quad (5)$$

(3)

تبدیل رادون یا به عبارتی عملگر پروجکشن دارای خصوصیات زیر می باشد:

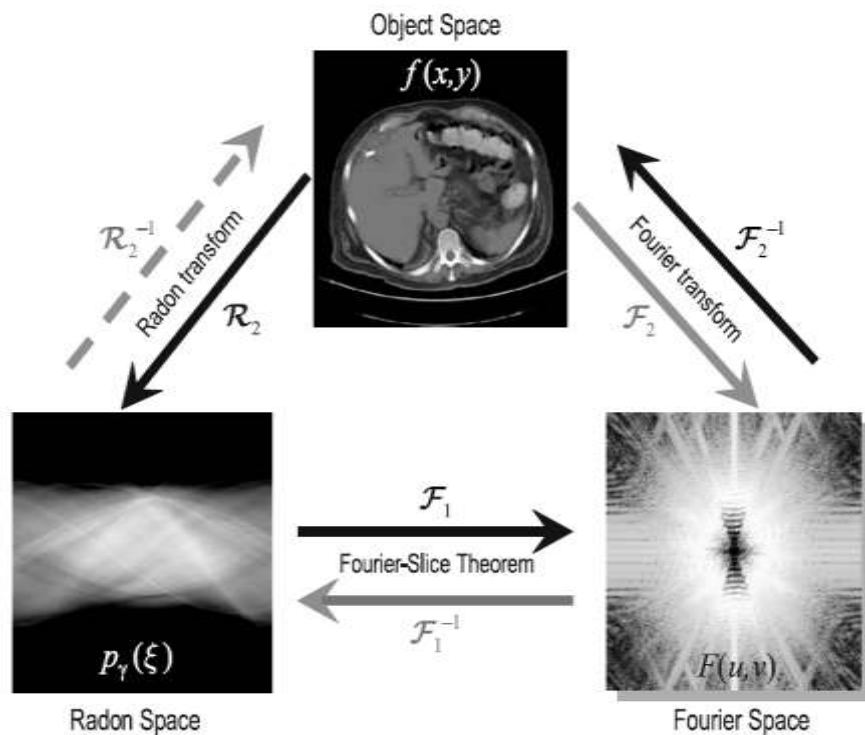
- پروجکشن تابعی متناوب با دوره تناوب  $2\pi$  می باشد.
- تبدیل رادون منجر به قضیه اسلایس مرکزی<sup>1</sup> می شود.
- تبدیل رادون سینو گرام را تولید می نماید.

<sup>1</sup> projection or central slice theorem

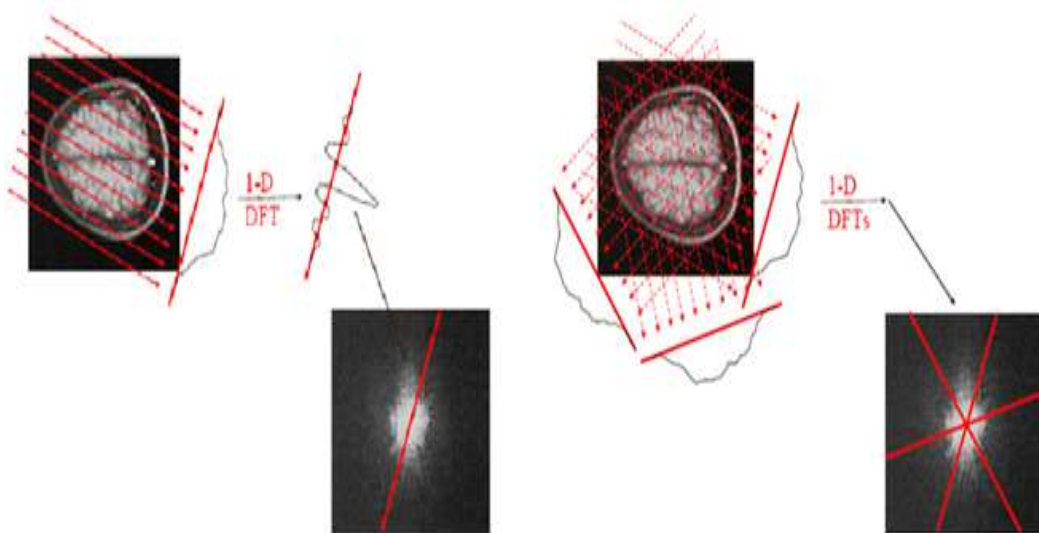
## 5-3-3-1- قضیه پروجکشن یا قضیه ی اسلایس مرکزی

اگر از تبدیل رادون یا سینوگرام، تبدیل فوریه یک بعدی گرفته شود نتیجه منجر به تابعی می شود که هم ارز تبدیل فوریه دو بعدی تابع  $f(x, y)$  می باشد. این رابطه به عنوان قضیه اسلایس مرکزی شناخته شده و اساس اصلی بازسازی و تشکیل تصویر می باشد. به عبارت دیگر اگر از ماتریس داده های بدست آمده از سی تی (سینوگرام)، تبدیل فوریه یک بعدی گرفته شود ماتریسی به دست می آید که بعد از میانبایی و تبدیل فوریه معکوس دو بعدی از آن ماتریس تصویر به دست می آید. شکل 5-21 نشان می دهد که اطلاعات به چه نحوی در حوزه زمان، رادون و فرکانس به هم مرتبط هستند. تصویر با تبدیل رادون به حوزه سینوگرام منتقل شده و با عکس تبدیل رادون، سینوگرام به تصویر تبدیل می شود. تبدیل فوریه یک بعدی از سینوگرام، اطلاعات حوزه سینوگرام را به حوزه فرکانس منتقل می کند، عکس تبدیل فوریه یک بعدی از اطلاعات حوزه فرکانس، سینوگرام را تولید می کند. تبدیل فوریه دوبعدی از تصویر، اطلاعات تصویر را به حوزه فرکانس منتقل کرده و عکس تبدیل فوریه دو بعدی اطلاعات را از حوزه فرکانس به حوزه زمان بر می گرداند.

در حوزه زمان هر پروجکشن با انتگرال گیری از تصویر در امتداد مسیر پرتوهای تابیده شده در زاویه خاص تابش به دست می آید. با گرفتن تبدیل فوریه یک بعدی از هر پروجکشن و گرفتن تبدیل فوریه دو بعدی از تصویر مساله در حوزه فرکانسی به هم مرتبط می شود. هر پروجکشن از تصویر در حوزه زمان معادل خطی پر رنگ در حوزه فرکانس است (شکل 5-22)، و از این رو پیداست که اگر تابش به تصویر در حوزه زمان در بی نهایت گام از زوایای مختلف صورت گیرد اطلاعات تصویر در حوزه زمان کاملاً بدست می آید. همانطور که مشخص است رابطه بین تصویر و پروجکشن های آن در حوزه فرکانسی بسیار ساده تر نسبت به حوزه زمان می باشد. بررسی این مساله در حوزه فرکانس به عنوان یک نقطه عطف در تاریخ پردازش تصاویر سی تی به شمار می رود که به قضیه اسلایس مرکزی یا فوریه معروف است.



شکل 5-21. رابطه فضای زمان (تصویر)، رادون (سینوگرام) و فرکانس.



شکل 5-22. ارتباط فضای زمان و فرکانس. تصویر سمت چپ یک پروجکشن از تصویر را نشان می دهد که با تبدیل فوریه گسسته یک بعدی (1-D DFT) به حوزه فرکانس منتقل شده است. موقعیت این پروجکشن در حوزه فرکانس با خط پررنگ نشان داده شده است. در تصویر سمت راست موقعیت 3 پروجکشن مختلف در حوزه فرکانسی نشان داده شده است.

با توجه به اینکه بایستی تضعیف در امتداد تابش محاسبه شود می توان نوشت :

$$I = I_0 \times \exp(-\int \mu(x) ds) \quad (4-5)$$

لذا برای محاسبه انتگرال مورد نظر بایستی دستگاه مختصات به اندازه زاویه تابش بچرخد. اندازه پروجکشن با زاویه  $\theta$  بصورت زیر تعریف می شود:

$$p_{\theta}(t) = \int_{\Gamma} f(x, y) ds \quad (5-5)$$

یک برش از تصویر و پروجکشن آن در شکل 5-20 نمایش داده شده است. تبدیل محورهای مختصات شکل فوق به یکدیگر با رابطه زیر انجام می شود:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ s \end{pmatrix} \quad (6-5)$$

با گرفتن تبدیل فوریه از تابع (5-5) اطلاعات تصویر به ناحیه فرکانسی منتقل می شود یعنی:

$$p_{\theta}(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{\theta}(t) e^{-j\Omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) ds \right\} e^{-j\Omega t} dt \quad (7-5)$$

با توجه به اینکه  $dx dy = ds dt$  می باشد ژاکوبین تبدیل بصورت زیر خواهد بود:

## فصل پنجم: تالیف دکتر صبا

بازسازی تصویر در سی تی اسکن

$$\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow \frac{dx dy}{ds dt} = \left| \frac{\partial f(x,y)}{\partial f(s,t)} \right| = 1 \quad (8-5)$$

تبدیل فوریه با متغیر جدید  $t = x\cos\theta + y\sin\theta$  بصورت زیر خواهد بود:

$$p_\theta(\Omega) = \iint f(x,y) e^{-j\Omega(x\cos\theta + y\sin\theta)} dx dy \quad (9-5)$$

با توجه به اینکه تبدیل از مختصات قطبی به کارتزین بصورت زیر است:

$$p_\theta(\Omega_1, \Omega_2) = \iint f(x,y) e^{-j(\Omega_1 x + \Omega_2 y)} dx dy \quad (10-5)$$

$$\Omega_1 = \Omega \cos\theta \quad \Omega_2 = \Omega \sin\theta$$

یعنی :

$$p_\theta(\Omega_1, \Omega_2) = \iint f(x,y) e^{-j(\Omega_1 x + \Omega_2 y)} dx dy \quad (11-5)$$

رابطه فوق بیانگر تبدیل فوریه دو بعدی از تابع می باشد به بیان دیگر

$$p_\theta(\Omega) = [F(\Omega_1, \Omega_2)]_{\substack{\Omega_1 = \Omega \cos\theta \\ \Omega_2 = \Omega \sin\theta}} \quad (12-5)$$

مقدار نهایی تابع مورد نظر را در اختیار قرار می دهد.

### 5-3-3-2- پیش پردازش بر روی سیگنال ناشی از پرتو

جهت بازسازی تصویر با روش تبدیل فوریه، قبل از انتقال اطلاعات از حوزه سینوگرام به حوزه فرکانس، با تغییرسیگنال در حوزه زمان می توان اطلاعات سیگنال در حوزه فرکانس را بهبود داد. از جمله مشکلات موجود در ساخت تصویر وجود گوشه های تیز در اجسام می باشد که باعث تولید فرکانسهای بالا می شود. همچنین

ساختار نامتناوب بعضی از سیگنالها باعث ایجاد مشکل می شود. روشهای ذیل برای بهبود اطلاعات ناحیه فرکانسی پیشنهاد شده است:

- افزایش صفر به ماتریس داده ها در حوزه زمان (zero-padding)

- پنجره زنی (windowing)

افزایش صفر به ماتریس سیگنال اصلی، رزولوشن فرکانسی تصویر را بالا می برد. اگر  $y(n)$  بصورت زیر تعریف شود:

$$y(n) = \begin{cases} x(n), & 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0, & N \leq n \leq 2N - 2 \end{cases} \quad (13-5)$$

تبدیل فوریه آن بصورت زیر خواهد بود:

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{2N-1} y(n) e^{-j2\pi nk / (2N)}, \quad 0 \leq k \leq 2N-2 \quad (14-5)$$

که با اعمال محدودیت اضافه شده توسط معادله بالا می توان داشت:

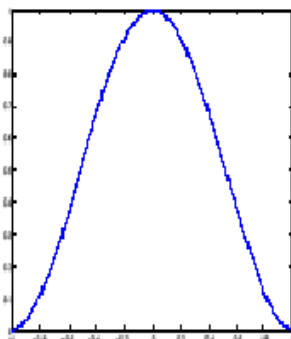
$$Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi nk / (2N)}, \quad 0 \leq k \leq 2N-2 \quad (15-5)$$

اگر تبدیل فوق با حالتی که صفر اضافه نشده مقایسه شود می توان داشت:

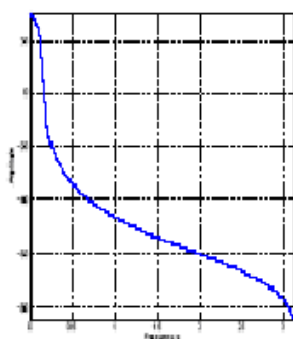
$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi nk / N}, \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (16-5)$$

مشاهده می شود که فرکانس تابع با افزودن صفر، نصف حالت اولیه آن شده در حالی که توالی طول فرکانسی تغییر نکرده است. این کار باعث افزایش رزولوشن فرکانسی می شود. در شکل 5-23 افزایش رزولوشن فرکانسی قابل مشاهده است.

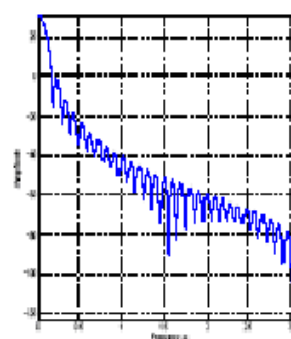




پنجره هانینگ



حوزه فرکانسی بدون افزایش صفر



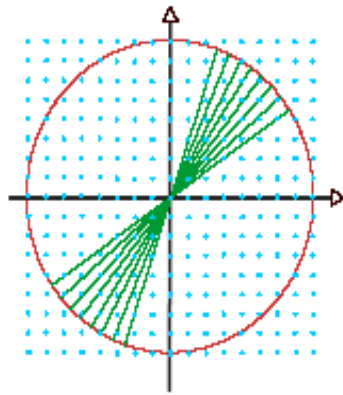
حوزه فرکانسی با چهار مرتبه افزایش صفر

شکل 5-23. اثرات افزودن صفر به تابع هانینگ

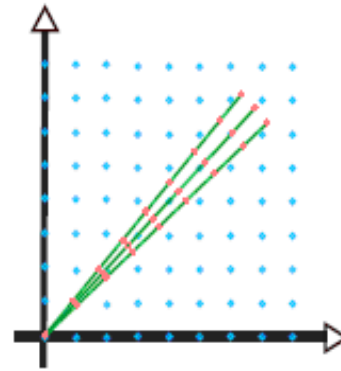
### 5-3-3-3- درونیابی (interpolation)

اطلاعات بدست آمده از تصویر توسط تبدیل فوریه، فقط در ناحیه فرکانسی معتبر است و بایستی قبل از بازسازی تصویر به حوزه زمان منتقل شود. اطلاعات پروجکشن در حوزه فرکانس، در مختصات قطبی نشان داده می شود. هر پروجکشن در حوزه فرکانس معادل خط راستی است که با شیب مشخصی از مبدا عبور می کند. جهت بازسازی تصویر با روش عکس تبدیل فوریه دو بعدی، ضروری است که این اطلاعات قطبی به مختصات کارتزین منتقل شوند. از این رو یک شبکه دو بعدی هم فاصله بنحوی ایجاد می شود که در کل ناحیه فرکانسی دو بعدی گسترده شده تا تبدیل فوریه معکوس در آن قابل اجرا باشد. سپس نقاط موجود در مختصات قطبی به نزدیکترین نقطه موجود در شبکه نگاشت می شود. شکل (5-24) نگاشت داد های مختصات قطبی به کارتزین را بیان می دارد.

اگر اطلاعات فرکانسی موجود از تصویر در روی نقطه های شبکه قرار نگیرند. این اتفاق استفاده از روش درونیابی را برای بازسازی تصویر ضروری می کند. البته دستکاری اطلاعات در ناحیه فرکانسی موجب تغییرات تصویر در حوزه زمان شده و ممکن است در تصویر بازسازی شده ایجاد خطا نماید، لذا عمل درونیابی بایستی با دقت بیشتری انجام شود.



مایش  $P_{\theta}(\Omega)$  در شبکه کارترین



جزئیات ربع اول

شکل 5-24. نگاشت داده های مختصات قطبی به کارترین (تصور سمت راست ربع اول تصویر سمت چپ را جهت مشاهده بهتر جزئیات نشان می دهد). نقاط موجود بر روی خطوط بایستی به نزدیکترین نقاط موجود در شبکه نگاشته شوند.

همچنان که از شکل (5-24) پیداست اطلاعات بدست آمده از تصویر (نقطه های قرمز رنگ) منطبق بر نقطه های شبکه ایجاد شده (نقطه های آبی رنگ) نیست. روش درونیایی نقطه های قرمز رنگ را به نزدیکترین نقطه آبی شبکه منطبق می کند. این کار بایستی با کمترین خطا صورت گیرد تا کیفیت تصویر نهایی قابل قبول باشد به عبارت دیگر می توان گفت که درونیایی مختصات قطبی را به کارترین تبدیل می کند.

### 5-3-3-4- نمونه برداری (sampling)

نمونه برداری عبارتست از بدست آوردن داده های گسسته از یک تابع پیوسته. روش معکوس برای تولید سیگنال پیوسته از داده های گسسته به درونیایی معروف است. اگر تابع  $x(t)$  مفروض باشد، در صورتی که از این تابع در فواصل مساوی نمونه برداری شود می توان داشت:

$$Y(n) = x(nT) \quad (17-5)$$

شکل (5-25) رابطه این دو را مشخص نموده است

$$X(f) = 0, \text{ for } |f| > B \quad (18-5)$$

## فصل پنجم: تالیف دکتر صبا

بازسازی تصویر در سی تی اسکن

---

B را پهنای باند تبدیل فوریه تابع می نامند. فرکانس نمونه برداری  $f_s$  بایستی بنحوی انتخاب می شود که شرط ذیل برقرار باشد.

$$f_s > 2B \Leftrightarrow T < \frac{1}{2B} \quad (19-5)$$

برای بازسازی تابع اولیه از روش زیر استفاده می شود.

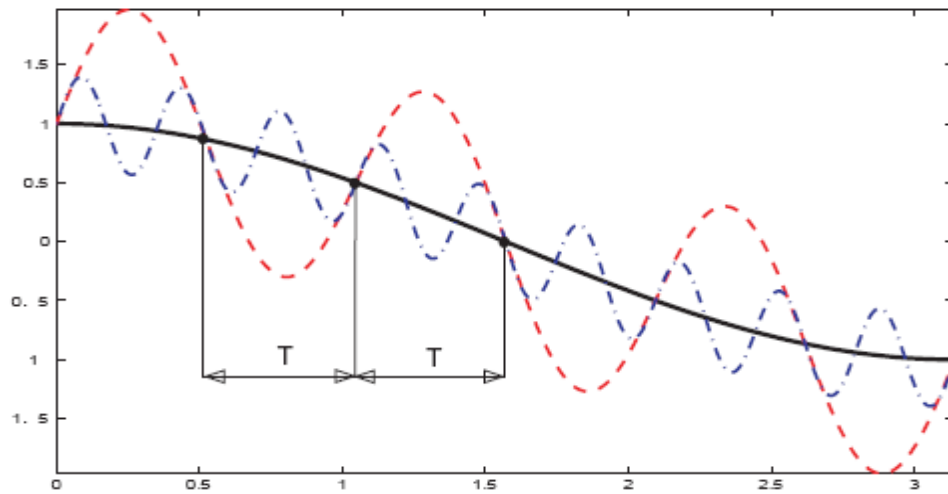
### 5-3-3-5- قضیه نمونه برداری نایکوئیست

اگر شرط زیر برقرار باشد:

$$X(f) = 0, \text{ for } |f| \geq \frac{1}{2T} \quad (20-5)$$

انگاز  $x(t)$  را می توان توسط رابطه زیر بدست آورد:

$$x(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} x(nT) \frac{\sin(\pi(t-nT)/T)}{\pi(t-nT)/T} \quad (21-5)$$



شکل 5-25. نمونه برداری و درونیابی و رابطه آنها نسبت به هم

توابع زیادی هستند که رابطه  $Y(n)=x(nT)$  را ارضا می کنند ولی فقط یکی از آنها در شرط زیر صدق می کند:

$$f < \frac{1}{2T} \quad (22-5)$$

از این رو  $x(t)$  همواره بصورت منحصر بفرد بدست می آید. در اینجا برای بازسازی از تابع درونیاب  $sinc$  استفاده شده است. در ناحیه دو بعدی می توان داشت:

$$f(n_1, n_2) = f_c(x, y) \begin{cases} x = n_1 T_1 \\ y = n_2 T_2 \end{cases} \quad (23-5)$$

لذا در بازسازی آن می توان نوشت:

$$f_c(x, y) = \sum_{n_1} \sum_{n_2} f(n_1, n_2) h(x - n_1 T_1, y - n_2 T_2) \quad (24-5)$$

تابع کرنال یا درونیاب (23-5) بصورت زیر است:

## فصل پنجم: تالیف دکتر صبا

بازسازی تصویر در سی تی اسکن

$$h(x,y) = \frac{\sin \frac{\pi}{T_1} x}{\frac{\pi}{T_1} x} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{T_2} y}{\frac{\pi}{T_2} y} \quad (25-5)$$

لذا شرطهای لازم برای بازسازی بصورت زیر است:

$$\frac{1}{T_1} > \frac{\Omega_1}{\pi} \quad (26-5)$$
$$\frac{1}{T_2} > \frac{\Omega_2}{\pi}$$

که در آن  $(\Omega_1, \Omega_2)$  فرکانس قطع تبدیل فوریه گسسته  $f(n_1, n_2)$  می باشد. تابع  $sinc$  برای درونیایی تابع ایده الی می باشد ولی با توجه به اینکه در حوزه زمان این تابع بصورت نامحدود گسترده شده است، عملاً استفاده از آن را امکان ناپذیر می کند.

### 5-3-3-6- ویژگیهای تابع درونیاب

تابع درونیاب بایستی از ویژگیهای خاصی بر خوردار باشد لذا برخی از آنها بشرح زیر است:

- در باند عبور، تقویت دامنه فرکانسهای مختلف مساوی باشد (دامنه پاسخ فرکانسی تابع کرنال ثابت باشد). باند عبور شامل ناحیه زیراست:

$$-\pi < w < \pi$$

همچنین تمام فرکانسها را برای بازسازی بطور کامل پوشش دهد.

- تمام فرکانسهای بالاتر از فرکانس نایکوئیست  $w = \pi$  را برای جلوگیری از در هم رفتگی تصاویر، حذف کند.  
-  $h(x)$  بایستی از صفر تا یک مثبت بوده و از یک تا دو منفی باشد. در عین حال بطور مرتب این روند تکرار شود اگر

$$h(0) = 1$$

و

$$h(x) = 0, |x| = 1, 2, \dots$$

باشد در اینصورت تابع کرنال، ویژگی نرم کنندگی نداشته و فرکانسهای بالا را حفظ می کند.

- بایستی

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(d+k) = 1$$

باشد در اینصورت تقویت مقدار DC برابر یک بوده و این بدین معنی است که مقدار انرژی تصویر درونیایی شده ثابت می ماند. اگر این محدودیت ها اعمال نشود شدت روشنایی تصویر دچار تغییر خواهد شد. تابع کرنال که شرایط فوق را داشته باشد به عنوان تابع درونیاب معرفی می شود.

برای درونیایی توابع زیادی معرفی شده که از آن جمله می توان به موارد زیر اشاره کرد:

- تابع درونیاب همسایگی، تابع درونیاب خطی، تابع درونیاب مکعبی، توابع درونیاب چند جمله ای (گلوکسین، چب شف، لاگرانژ.....).

### 5-3-3-7- تابع درونیاب خطی

تابع درونیاب خطی به صورت زیر تعریف می شود:

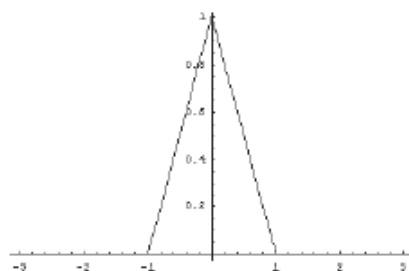
$$h(x) = \begin{cases} 1 - |x| & , 0 \leq |x| < 1 \\ 0 & , \text{others} \end{cases} \quad (5-27)$$

این تابع در شکل (5-26) آمده است.

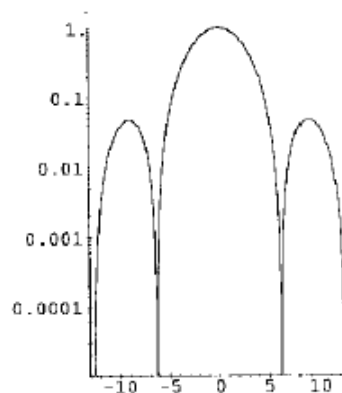
تابع مطلوب برای درونیایی بایستی داری لوب اصلی با دامنه کافی و پهنای باند باریک باشد و لوبهای فرعی دامنه کمی داشته باشند. تابع میانیاب خطی در حوزه فرکانس دارای لوبهای فرعی کراندار و دارای دامنه نسبتا بزرگی می باشد و همچنین لوب اصلی پهنی دارد. این ویژگیها باعث تضعیف فرکانسهای بالا و کاهش اثرات در هم رفتگی تصاویر می شود. یک فیلتر شیفت دهنده می تواند قبل از تابع درونیاب اضافه شود که باعث ارتقا باند عبور شده و در مقابل ریبهای کراندار زیاد شده و باعث اعوجاج فاز شود. برای مقایسه پاسخ فرکانسی تابع درونیاب دیگری در شکل (5-27) آمده است. استفاده از حوزه فرکانس جهت پردازش داده ها و ارتقا کیفیت تصاویر بسیار مفید می باشد. داده های پردازش شده در حوزه فرکانس، با روش عکس تبدیل فوریه دو بعدی به حوزه تصویر منتقل می شوند.

## فصل پنجم: تالیف دکتر صبا

بازسازی تصویر در سی تی اسکن

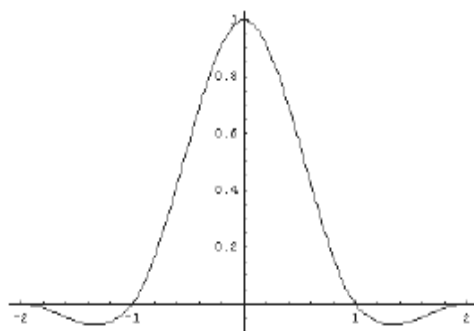


مشخصات حوزه مکانی

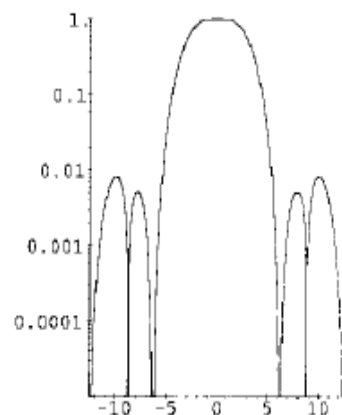


مشخصات حوزه فرکانسی

شکل 5-26. تابع درونیاب خطی



مشخصات حوزه مکانی



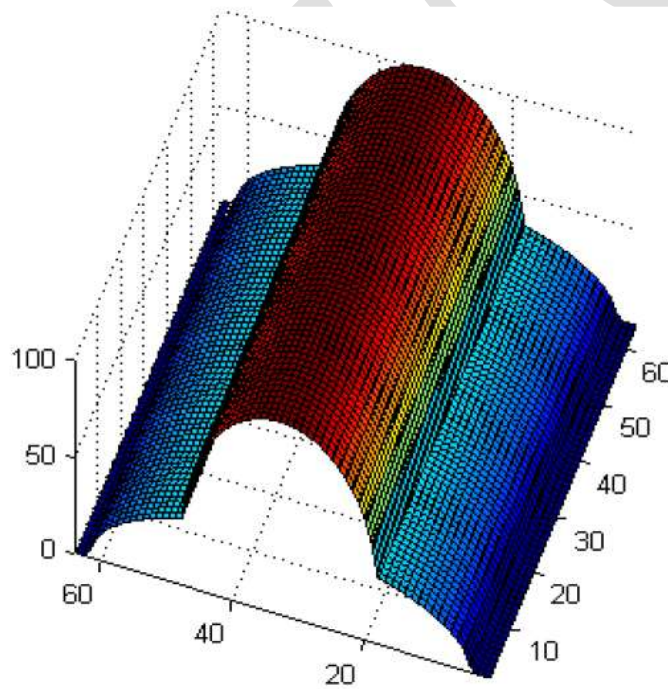
مشخصات حوزه فرکانسی

شکل 5-27. تابع درونیاب مکعبی

### 5-3-3-8- شبیه سازی بازسازی تبدیل فوریه دوبعدی در محیط متلب

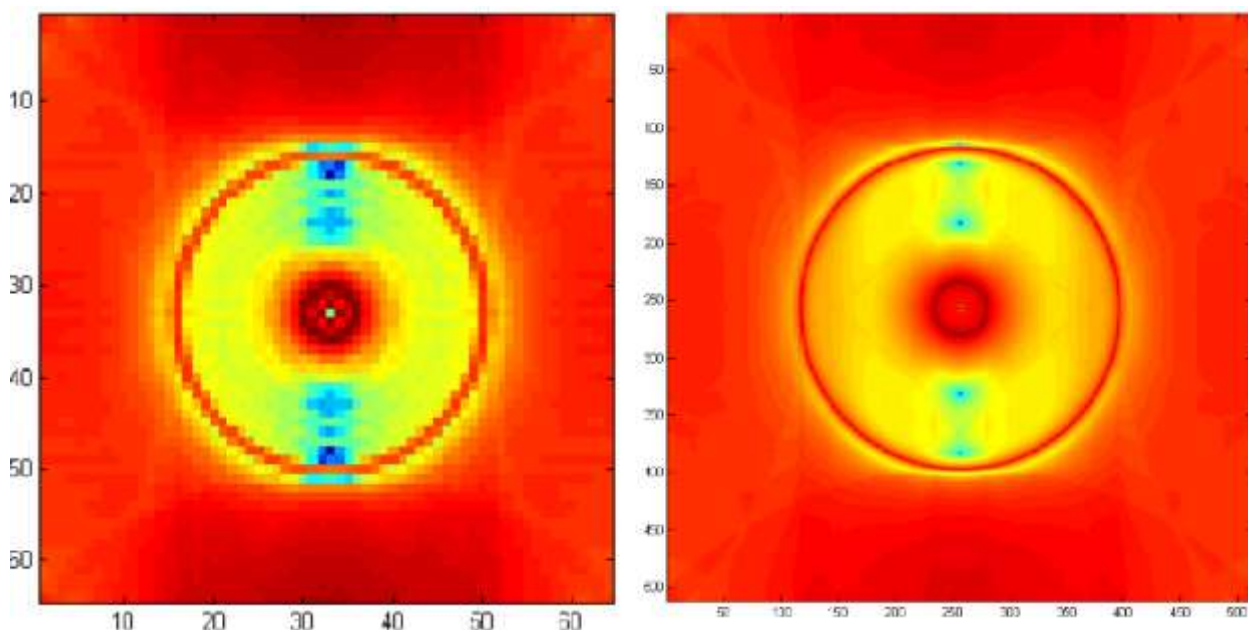
برای درک بهتر روش بازسازی با روش تبدیل فوریه، یک فانتوم دیجیتال در محیط متلب شبیه سازی شده است. این فانتوم، کره ای با شعاع 1 سانتی متر است که کره دیگری با شعاع 0/5 سانتی متر در مرکز خود دارد.

ضریب تضعیف کره کوچکتر 4 برابر ضریب تضعیف کره بزرگتر در نظر گرفته شده است. سپس با شبیه سازی انجام تابش در سی تی، پروجکشن های مختلفی از زوایای متفاوت از این فانتوم محاسبه شده تا ماتریس سینوگرام حاصل شود. تصویر سینوگرام بدست آمده از این فانتوم در شکل 5-28 بصورت 3 بعدی نشان داده شده است. جهت محاسبه ماتریس سینوگرام از 64 پرتو و 64 پروجکشن استفاده شده است. سپس در محیط متلب روش بازسازی تبدیل فوریه (طبق توضیحات قبلی) شبیه سازی شده و تصویری از سینوگرام بدست آمده با کمک روش مذکور بازسازی شده است (شکل 5-29، تصویر چپ). برای این منظور، اطلاعات سینوگرام با تبدیل فوریه یک بعدی به حوزه فرکانس منتقل شده و عمل درونمایی بر روی آنها صورت گرفته و سپس با عکس تبدیل فوریه دو بعدی اطلاعات به حوزه تصویر برگردانده شده است.



شکل 5-28. سینوگرام فانتوم دیجیتال شبیه سازی شده ( دو کره هم مرکز، کره بزرگتر با شعاع 1 سانتی متر و کره کوچکتر با شعاع 0.5 سانتی متر، ضریب تضعیف کره کوچکتر 4 برابر کره بزرگ) با 64 پرتو و 64 پروجکشن.

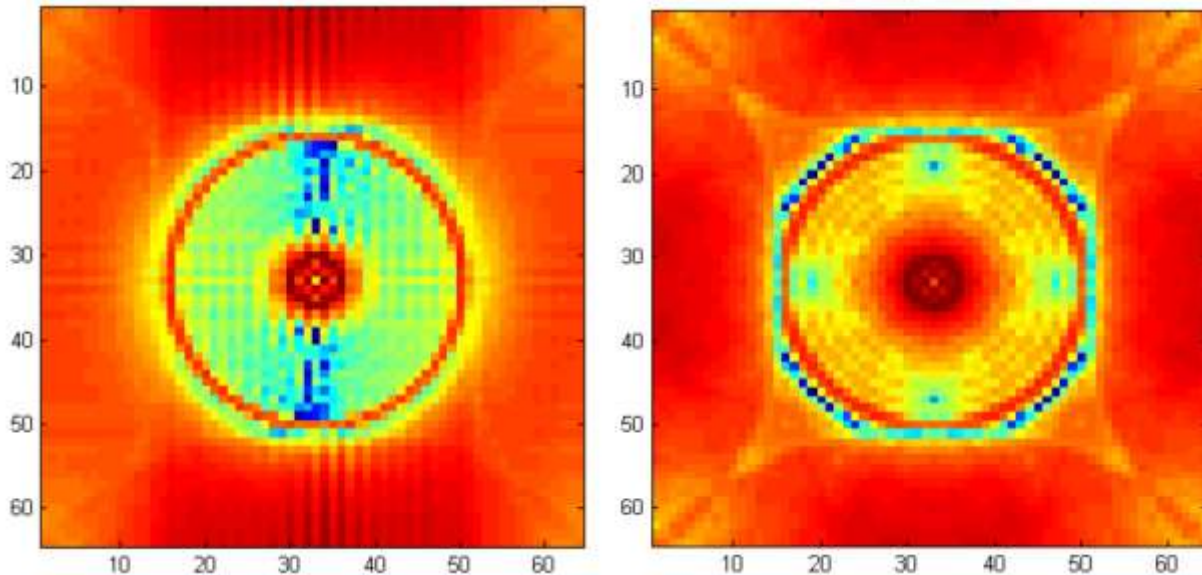




شکل 5-29. تصویر بازسازی شده با روش تبدیل فوریه دوبعدی با رزولوشن های مختلف. تصویر سمت راست، رزولوشن  $512 \times 512$  و تصویر سمت چپ دارای رزولوشن  $64 \times 64$  می باشد.

در تصویر قبلی تعداد پروجکشن ها و پرتوها کم بوده و از این رو کیفیت تصویر نهایی مناسب نیست. برای این منظور تعداد پروجکشن ها و پرتوها به 512 افزایش داده شده و اثر این افزایش نقاط داده بر روی کیفیت تصویر بازسازی شده در شکل 5-29 تصویر سمت راست نشان داده شده است. مشاهده می شود که با افزایش رزولوشن تصویر از  $64 \times 64$  به  $512 \times 512$ ، کیفیت تصویر بطور چشمگیری افزایش یافته است.

برای بررسی تاثیر نوع میانبایی بر کیفیت تصویر بازسازی شده، علاوه بر روش میانبایی خطی که در دو تصویر قبلی مورد استفاده قرار گرفت، از دو روش میانبایی دیگر، میانبایی خطی مکعبی و میانبایی نزدیکترین همسایه در بازسازی تصاویر استفاده شد. تصاویر بازسازی شده از سینوگرام نشان داده شده در شکل 5-28 با میانبایی های مذکور در شکل 5-30 با هم مقایسه شده است. با مقایسه این دو تصویر با یکدیگر، و همینطور با مقایسه این تصاویر با تصویر نشان داده شده در شکل 5-29، تاثیر نوع میانبایی در بازسازی تبدیل فوریه دو بعدی مشخص می شود.



شکل 5-30. تصاویر بازسازی شده با رزولوشن  $64 \times 64$  با روش تبدیل فوریه دو بعدی و میانبایی مکعبی (سمت چپ) و میانبایی نزدیکترین فاصله (سمت راست).

همانطوری که در شکل های قبلی مشاهده می شود، تصویر بازسازی شده با روش تبدیل فوریه دو بعدی دارای کیفیت مناسبی نمی باشد. هر چند تعداد پرتو ها و پروجکشن ها در این مساله کم می باشد، اما افزایش تعداد این پارامترها نیز باعث افزایش کیفیت تصویر در حد قابل قبول نمی گردد. از این رو، از عکس تبدیل فوریه دو بعدی جهت بازسازی تصویر در تصویر برداری واقعی استفاده نمی شود.

البته بایستی در نظر داشت که پردازش داده ها در حوزه فرکانس به مراتب ساده تر و مفیدتر از پردازش آنها در حوزه زمان می باشد. لذا در عمل، جهت پردازش داده ها اطلاعات سینوگرام با تبدیل فوریه یک بعدی به حوزه فرکانس منتقل شده و عمل پردازش و فیلترینگ بر روی آنها صورت می گیرد. سپس اطلاعات به حوزه سینوگرام برگردانده شده و با روش بازتابش فیلتر شده، عمل بازسازی تکمیل می شود.

#### 5-4- مقایسه روش های بازسازی تصویر

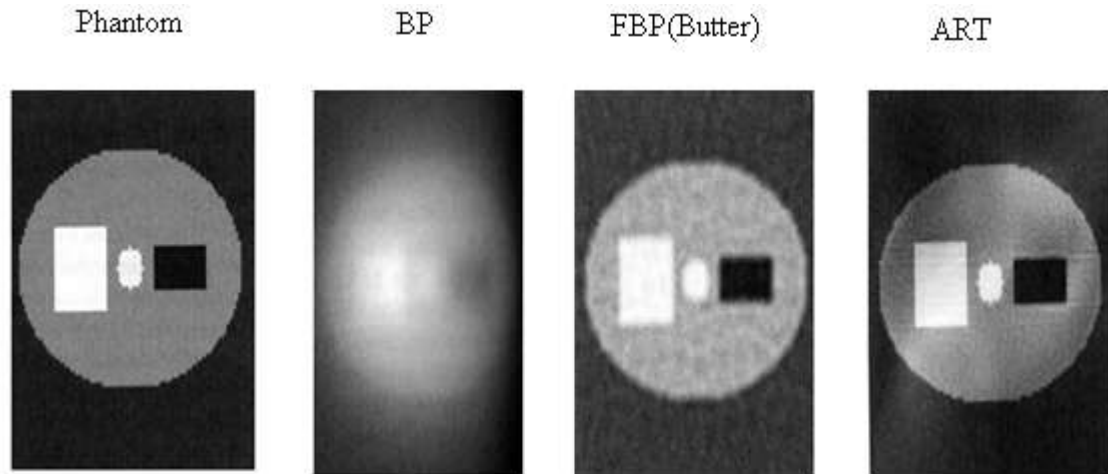
## فصل پنجم: تالیف دکتر صبا

بازسازی تصویر در سی تی اسکن

در مورد اینکه کدام روش ریاضی بهتر است هیچ توافقی وجود ندارد. در حقیقت برتری هر روش تحت شرایط خاصی وجود دارد. روش بازتابش ساده بدلیل ایجاد تصاویر تار کاربردی ندارد. روش تحلیل-فوریه دو بعدی و بازتابش فیلتر شده جزو روش های تحلیلی هستند. روش های تحلیلی سرعت بیشتری نسبت به روش های تکرار کننده دارند. در روش تحلیلی چند ثانیه پس از اتمام اسکن، عمل بازسازی کامل می شود. در روش تکرار کننده، عمل بازسازی ممکن است چند دقیقه به طول بیانجامد. از طرفی دیگر، در صورتی که داده های تصویر برداری به اندازه کافی ثبت شده باشد، دقت هر دو روش مشابه است. هر چند با داده های ناکافی و ناقص، روش های تکرار کننده جهت بازسازی برتری دارند. روش های تحلیل برای پر کردن اطلاعات مفقود شده به درون یابی های وقت گیر نیاز دارند، در حالی که روش های تکرار کننده به سادگی از نقاط مجاور میانگین گیری می کند. در روش های تحلیلی، معمولاً استفاده از تبدیل فوریه جهت پردازش داده ها و فیلترینگ کاربرد داشته و قبل از بازسازی داده ها به حوزه سینوگرام برگردانده شده و با عمل بازتابش بازسازی می شوند. استفاده از روش عکس تبدیل فوریه دو بعدی جهت بازسازی تصویر با استفاده از اطلاعات حوزه فرکانس، چندان کاربرد ندارد. دلیل اصلی این موضوع، ایجاد خطاهای قابل توجه در انتقال اطلاعات از ناحیه قطبی به کارترین می باشد، که در بازسازی با روش عکس تبدیل فوریه دو بعدی مورد نیاز می باشد.

امروزه، بازسازی تکرار کننده در سی تی کاربرد چندانی ندارد. هر چند در پزشکی هسته ای و تصویر برداری اسپکت تصاویر به مراتب بهتری از بازتابش فیلتر شده تولید می کند. شکل 5-31 مقایسه ای بین تصاویر بازسازی شده با سه روش بازتابش، بازتابش فیلتر شده و روش تکرار کننده، که به روش الگوریتم بازسازی جبری<sup>1</sup> (ARA) نیز معروف است، نشان داده است.

<sup>1</sup>Algebraic Reconstruction Algorithm (ARA)



شکل 5-31. مقایسه روش های مختلف بازسازی

### 5-5- روش بازسازی فلوروسکوپی

سی تی فلوروسکوپی<sup>1</sup> یک روش تصویر برداری می باشد که با استفاده از دستگاه سی تی دنباله ای از تصاویر از یک مقطع مشخص، مشابه روش فلوروسکوپی کانونشنال ایجاد می کند. این روش با تولید تصاویر متوالی از یک بافت، خروجی شبیه به فیلم داشته و در مواردی مثل نمونه برداری برای هدایت سوزن کاربرد دارد. در تصویر برداری سی تی فلوروسکوپی با توجه به اینکه می بایست برای مدت زمان طولانی تری بافت هدف مورد تابش قرار گیرد، لذا پرتوگیری بیمار در این روش می تواند خطرناک باشد. برای کاهش پرتوگیری بیمار، در سی تی فلوروسکوپی از جریان کمتری در تصویر برداری استفاده می شود، طوری که میزان جریان لامپ در این روش حدود 20 تا 50 میلی آمپر است که در مقایسه با جریان مورد استفاده در سی تی معمولی، که جریانی بین 150 تا 400 میلی آمپر است، بسیار کاهش یافته است.

در این روش از تصویر برداری تصاویر در زمان واقعی بازسازی شده و نشان داده می شوند. برای اینکه تصاویر بافت هدف بطور پیوسته و در زمان واقعی مشاهده شوند، لازم است تعداد تصاویر بازسازی شده در واحد زمان افزایش داده شود. اگر مدت زمان یک چرخش کامل لامپ به اندازه 360 درجه، در مدت زمان 1 ثانیه انجام شود، تولید یک تصویر در ثانیه برای کاربرد مورد نظر کافی نبوده و تعداد تصاویر بیشتری لازم است. با توجه به اینکه کاهش زمان چرخش مقدور نیست، از این رو در بازسازی تصاویر سی تی فلوروسکوپی، داده های کامل

<sup>1</sup> CT Fluoroscopy

## فصل پنجم: تالیف دکتر صبا

بازسازی تصویر در سی تی اسکن

یک چرخش، به جز در تصویر اول، استفاده نمی شود. بلکه داده های هر چرخش کامل به زیر بخش های کوچکتر تقسیم شده و برای تولید هر تصویر جدید، زیر بخش اول از داده های چرخش قبلی حذف شده و به جای آن یک زیر بخش جدید تصویر برداری شده و سپس تصویر بازسازی می شود. به بیان دیگر تصاویر تولید شده در سی تی فلوروسکوپی مستقل از هم نبوده و با تصاویر قبلی همپوشانی بالایی دارند.

برای روشن شدن موضوع از یک مثال بهره گرفته شده است. فرض کنید می خواهیم 6 تصویر در طول 1 ثانیه تولید کنیم، برای این منظور داده های یک چرخش کامل به 6 قسمت تقسیم شده و هر زیر بخش حاوی داده های 60 درجه خواهد بود. بعد از 360 درجه چرخش لامپ تصویر اول بازسازی شده، اما برای تولید تصویر دوم دیگر نیازی به چرخش کامل لامپ نخواهد بود. بلکه از 6 زیر بخش موجود، فقط زیر بخش اول حذف شده و داده های 5 زیر بخش بعدی (300 درجه) برای تصویر بعدی حفظ می شود. بعد از چرخش 60 درجه ای لامپ، داده های 60 درجه جدید به 300 درجه قبلی اضافه شده و در نتیجه یک سری کامل از داده ها (360 درجه) ایجاد می شود که منجر به تولید تصویر دوم خواهد شد. مشاهده می شود که برای تولید تصویر دوم از 5 زیر بخش قدیمی و فقط یک زیر بخش جدید استفاده شده و تصویر دوم 83٪ با تصویر اول همپوشانی داشته و فقط 17٪ اطلاعات آن جدید می باشد. یا این تکنیک هوشمندانه می توان تصاویر زیادی در مدت زمان کوتاهی تولید کرد. تعداد تصاویر تولید شده در این مثال 6 تصویر در ثانیه بود که البته در کاربردهای کلینیکی تعداد تصاویر ممکن است بیشتر هم باشد.

در بازسازی تصاویر سی تی فلوروسکوپی از روش بازتابش فیلتر شده استفاده می شود. البته برای بازسازی تصاویر جدید نیازی به بازتابش همه زیر بخش ها نبوده و فقط کافی است که داده های زیر بخش جدید بازتابش شده و به اطلاعات بازتابش شده از تصویر قبلی افزوده شود. با در نظر گرفتن مثال فوق، بعد از جمع آوری داده های یک زیر بخش جدید، 60 درجه چرخش لامپ، این داده ها فیلتر و بازتابش می شوند و به داده های بازتابش شده از 5 زیر بخش قبلی افزوده می شود.